

TRAVAUX ET MÉMOIRES

DU

BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES,

PUBLIÉS SOUS LES AUSPICES

DU

COMITÉ INTERNATIONAL,

PAR

LE DIRECTEUR DU BUREAU.

TOME XX.



PARIS

LIBRAIRIE-IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

ÉDITEUR DU BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES

Quai des Grands-Augustins, 55

—
1944

TRAVAUX ET MÉMOIRES

DU

BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES

PUBLIÉS SOUS LES AUSPICES

DU

COMITÉ INTERNATIONAL

PAR

LE DIRECTEUR DU BUREAU

TOME XX



PARIS

LIBRAIRIE-IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

ÉDITEUR DU BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES

Quai des Grands-Augustins, 55

—
1944



SOMMAIRE

	Pages.
LISTE DU PERSONNEL SCIENTIFIQUE DU BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES...	vii
L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ ; par MM. <i>W. H. Keesom</i> et <i>W. Tuyn</i>	1 à 69
COMPARAISON INTERNATIONALE DES ÉCHELLES DE TEMPÉRATURE ENTRE 660° ET 1063° ; par MM. <i>W. F. Roeser</i> , <i>F. H. Schofield</i> et <i>H. A. Moser</i>	1 à 10
ÉTUDE DES ÉTALONS EN QUARTZ, TÉMOINS DE L'UNITÉ MÉTRIQUE INTERNATIONALE. VALEURS. DILATABILITÉS. INDICES ; par M. <i>A. Pérard</i> ...	1 à 176
COMPARAISONS DE THERMOMÈTRES ÉTALONS. THERMOMÈTRES EN VERRE DUR, THERMOMÈTRES A RÉSERVOIR EN VERRE D'ENA 16 ^{III} ET TIGE EN VERRE VERT ; par M. <i>A. Bonhoure</i>	1 à 13
INTRODUCTION AU CALCUL DES INDUCTANCES ; par M. <i>M. Romanovski</i>	1 à 110
PREMIÈRE VÉRIFICATION PÉRIODIQUE DES MÈTRES PROTOTYPES NATIONAUX ET DÉTER- MINATION DE QUELQUES NOUVEAUX PROTOTYPES ; par MM. <i>A. Pérard</i> , <i>L. Maudet</i> et <i>Ch. Volet</i>	1 à 86
TABLE DES MATIÈRES	1 à

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES À GAZ,

Par **W. H. KEESOM,**

DIRECTEUR DU DÉPARTEMENT I DU LABORATOIRE KAMERLINGH ONNES À LEIDEN,

ET

W. TUYN,

ASSISTANT AU LABORATOIRE KAMERLINGH ONNES.

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES À GAZ.

Introduction.

1. *Échelle thermométrique théorique.* — Il est hors de discussion que la seule échelle de température que l'on puisse admettre théoriquement, est l'échelle thermodynamique définie par Lord Kelvin. La température exprimée dans cette échelle est celle qui apparaît dans les lois de la Thermodynamique et dans celles de la Mécanique statistique; elle est indépendante des qualités particulières de l'instrument ou des propriétés de la substance employée pour la mesure de la température. Avec elle on peut s'attendre à voir les lois qui expriment la dépendance des différentes propriétés des substances par rapport à la température prendre des formes simples, ou du moins telles que chaque particularité observée soit une caractéristique de la réaction de la substance considérée, et non de l'allure du thermomètre servant à définir l'échelle. Dans ce cas les équations de la Thermodynamique prennent la forme simple que nous leur connaissons.

Ainsi, le but final des recherches thermométriques sera toujours d'exprimer la température dans l'échelle thermodynamique théorique.

Cependant l'échelle thermodynamique ne peut pas être réalisée comme telle. En d'autres termes, il est impossible de mesurer la température avec précision en se servant d'une méthode qui correspondrait strictement à la définition de cette grandeur dans l'échelle thermodynamique, telle qu'elle a été donnée par Lord Kelvin. Il est donc nécessaire de faire appel à d'autres procédés de mesure. C'est ainsi qu'en ce moment on a recours au thermomètre à gaz et, pour les températures élevées, au pyromètre à rayonnement.

Choisir au contraire un thermomètre à résistance électrique comme base primaire pour la thermométrie équivaldrait, en principe, à un retour à l'époque antérieure à Lord Kelvin. La fixation d'une échelle de température est tout autre que celle d'un étalon du Système métrique ou d'un étalon électrique. Dans ces derniers cas, on est simplement lié aux conditions d'invariabilité et de facilité

de reproduction. Le fait que le mètre n'est pas égal à la dix-millionième partie du quadrant terrestre n'a aucune importance pour la métrologie; de même, le fait que le kilogramme n'est pas exactement égal à la masse d'un décimètre cube d'eau dans les conditions normales, n'entraîne d'autre conséquence que l'obligation d'introduire, dans certains cas exceptionnels, un multiplicateur de valeur déterminée. Il en est de même pour les étalons électriques.

Les conséquences seraient tout autres, et certainement néfastes, si l'on acceptait comme base primaire une échelle de température différente en principe de l'échelle thermodynamique. C'est pourquoi, dans le domaine des températures que nous considérons, c'est-à-dire des basses températures ⁽¹⁾, et dans celui qui s'étend jusqu'au point où l'on passe au thermomètre à rayonnement, le thermomètre à gaz restera l'instrument fondamental pour fixer l'échelle des températures.

Telles ont été sans doute les raisons pour lesquelles, dans le texte concernant l'adoption d'une échelle internationale de température ⁽²⁾, on a reconnu l'échelle thermodynamique comme l'échelle fondamentale à laquelle seront rapportées toutes les températures. Cela n'interdit pas de définir pour les usages industriels une échelle pratique. Afin qu'une telle échelle pratique puisse servir à des recherches scientifiques dans lesquelles la mesure précise des températures est de rigueur, on doit être assuré : 1° que cette échelle peut être reproduite avec le degré de précision donné par la technique des mesures dans son état actuel; 2° qu'elle concorde, en atteignant le degré de précision qu'on peut réaliser expérimentalement, avec l'échelle thermodynamique, ou que les écarts constatés par rapport à l'échelle thermodynamique soient connus avec le degré de précision actuel ⁽³⁾. Ceci implique donc que des recherches expérimentales sur le thermomètre à gaz doivent rester continuellement inscrites au programme de la physique métrologique.

2. *Comment une échelle de température peut être caractérisée au moyen du thermomètre à gaz.* — Le système que nous développerons au cours de ce

⁽¹⁾ Pour les températures au-dessous de 0°,9K., le thermomètre à gaz n'est plus utilisable, d'abord à cause de l'adsorption de l'hélium par la paroi, ensuite en raison de l'extrême faiblesse de la pression de vapeur saturante. On étudie, pour ces températures extrêmes, un thermomètre à fluorure de cérium (ou un autre sel paramagnétique), dont on mesure la susceptibilité, et qui est rapporté à l'échelle thermodynamique par une combinaison d'expériences de démagnétisation adiabatique et de mesures calorimétriques.

⁽²⁾ *Comptes rendus des séances de la VII^e Conférence générale des Poids et Mesures*, 1927, p. 94.

⁽³⁾ W. H. KEESOM, *Sur la base expérimentale, sur laquelle repose l'échelle internationale de température, en ce qui concerne le domaine des basses températures* (Comm. Leiden, Suppl. n° 67b, 1929).

Mémoire, dans le but de fixer une échelle de température basée sur le thermomètre à gaz, peut être résumé comme suit (1) :

a. Fixer l'échelle du thermomètre normal à hélium, ainsi que celles des thermomètres normaux à hydrogène et à azote, par le choix du coefficient de pression fondamental α_{nHe} , ainsi que des mêmes coefficients pour l'hydrogène et l'azote;

b. Fixer l'échelle Avogadro par le choix du coefficient de température fondamental α_A ;

c. Indiquer la marche à suivre pour passer des échelles définies sous *a* à l'échelle définie sous *b*, en calculant les réductions nécessaires à partir des valeurs mesurées de \mathcal{B} (et au besoin de celles de \mathcal{C}).

C'est par la fixation de α_{nHe} , α_{nH} et α_{nN} , citée sous *a*, et par les réductions mentionnées sous *c*, que l'échelle de température sera définie d'une manière expérimentale (2).

Cette proposition repose sur l'expérience que les mesures du thermomètre à gaz, à 0° et au-dessous, peuvent avoir lieu plus simplement et aussi avec plus de précision que celles à 100°. La précision des mesures aux basses températures serait donc influencée désavantageusement par la mesure moins précise à 100°, si l'on exigeait que l'échelle de température réalisée au moyen d'un certain thermomètre à gaz dépende de mesures avec ce thermomètre même à 100°. Il vaut donc mieux baser la mesure des basses températures avec un thermomètre à hélium quelconque, non sur des mesures des pressions de ce thermomètre à 0° et à 100°, mais sur une mesure de la pression à 0° et une fixation de la valeur du coefficient de température fondamental, faite une fois pour toutes avec le plus haut degré de précision possible.

Il est dans ce cas désirable d'indiquer clairement quel coefficient de température fondamental a été employé. Si, plus tard, on en connaît une valeur plus précise, on pourra adapter, au moyen d'un calcul, les résultats de ces mesures aux basses températures; on pourra passer de la sorte à une échelle de température, s'accordant mieux encore avec l'échelle théorique.

Ceci implique qu'il n'est aucunement question de supprimer la température d'ébullition de l'eau comme point fondamental. En effet, les points fondamen-

(1) Pour la définition des différents termes employés, voir l'Appendice I de ce Mémoire.

(2) L'échelle Avogadro définie par l'échelle du thermomètre normal à hélium fondé sur un certain coefficient de pression fondamental α_{nHe} , et par un certain tableau de réductions pour ce thermomètre, par suite de l'imperfection naturelle de notre connaissance des équations d'état des gaz, ne coïncidera pas exactement avec l'échelle Avogadro définie d'une manière correspondante en partant du thermomètre normal à hydrogène ou à azote. C'est pourquoi on définit dans le paragraphe 30 l'échelle Avogadro d'un certain gaz. L'échelle Avogadro de l'hélium est adoptée comme échelle Kelvin.

taux 0° et 100° resteront fixes, tandis que la valeur qu'on acceptera pour le coefficient de température fondamental pourra être mise au point chaque fois que le degré d'exactitude atteint par la recherche expérimentale le permettra.

Comme nous l'avons exposé dans le paragraphe 1, il est nécessaire de connaître la température dans l'échelle définie par Lord Kelvin, pour les applications de la Thermodynamique. Pour passer de l'échelle du thermomètre à gaz à l'échelle Kelvin, il faut être renseigné sur la valeur de α_{λ} . En raison de son importance primordiale pour la thermométrie, nous commencerons donc, en suivant ainsi l'exemple que Daniel Berthelot nous a donné dans son Mémoire classique (1), par la considération de la valeur qu'il faut attribuer à cette constante physique, en d'autres termes par la position du point de congélation de l'eau dans l'échelle Kelvin.

Nous donnerons au paragraphe 3 un aperçu de la méthode de Daniel Berthelot, en rappelant aussi sa manière de calculer les réductions de l'échelle d'un thermomètre à gaz à l'échelle Kelvin, et en y ajoutant quelques idées que ce savant a encore exprimées au sujet du développement de la thermométrie à gaz.

3. Dans son Mémoire sur les thermomètres à gaz, Daniel Berthelot a cherché à déterminer la température de congélation de l'eau dans l'échelle Kelvin, ainsi que les réductions qu'il faut appliquer aux indications des divers thermomètres à gaz pour les ramener à cette échelle, en admettant comme points fixes les températures de congélation et d'ébullition de l'eau.

Pour ces calculs, D. Berthelot ne disposait que d'un petit nombre de données expérimentales. Il a exposé ses méthodes de calcul en se servant d'un procédé graphique. Nous reproduisons ici son diagramme bien connu, où p et p' sont pris comme coordonnées. AA' représente la première partie droite d'une isotherme pour la température Θ , $BB'B''$ de même pour la température Θ_1 . Si l'on fait usage d'un thermomètre à gaz à pression constante OO' , le coefficient de dilatation α_p , entre les températures $\Theta = 0^{\circ}$ et $\Theta_1 = 100^{\circ}$, est déterminé par $\alpha_p = \frac{1}{\Theta_1 - \Theta} \frac{A'B'}{O'A'}$. Pour le thermomètre à gaz à volume constant, avec une pression initiale égale à OO' à 0° , le coefficient de pression α_v , entre les mêmes limites de température, est donné par $\alpha_v = \frac{1}{\Theta_1 - \Theta} \frac{A'B''}{O'A'}$.

Les coefficients de dilatation et de pression à une densité nulle, qui sont identiques et représentés par $\alpha_{\lambda} = \frac{1}{\vartheta_{0^{\circ}}}$, sont donnés par $\alpha_{\lambda} = \frac{1}{\Theta_1 - \Theta} \frac{AB}{OA}$. Un examen de la figure 1 nous apprend que, pour trouver α_{λ} , il faut connaître,

(1) DANIEL BERTHELOT, *Sur les thermomètres à gaz et sur la réduction de leurs indications à l'échelle absolue des températures* (Trav. et Mém., t. XIII, 1907).

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ. 7

pour un gaz déterminé, les coefficients de dilatation ou de pression, α_p ou α_v , pour une pression soit constante, soit initiale connue, mais assez faible, et de plus les valeurs de $\frac{d(pv)}{dp}$ à 0° et à 100° pour la densité nulle (1).

Pour ses calculs sur la température de congélation de l'eau dans l'échelle

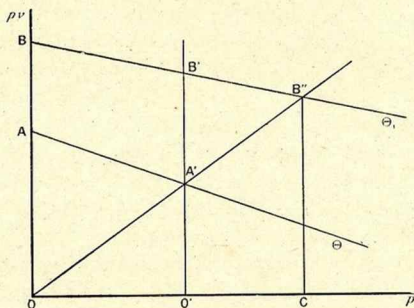


Fig. 1. — Représentation des isothermes en fonction de p et pv , d'après Daniel Berthelot.

Kelvin, D. Berthelot ne disposait que des valeurs mesurées par Chappuis, qui se limitent aux thermomètres à azote et à hydrogène, de même qu'aux isothermes de ces gaz à 0° et 100° . Il trouva $\alpha_A = 0,00366180$, d'où $\tau_0 = 273,090$ K.

Pour la détermination des réductions de l'échelle d'un thermomètre à gaz à l'échelle Kelvin, D. Berthelot n'avait à sa disposition que $\frac{d(pv)}{dp}$ de H^2 à 100° et 0° (Chappuis), de N^2 à $100^\circ, 40^\circ, 20^\circ$ et 0° (Chappuis), de CO à 16° (Leduc et Sacerdote), de CH^4 à 0° (Leduc et Sacerdote), et de CO^2 à $100^\circ, 40^\circ, 20^\circ, 0^\circ$ et $-17,5$ (Chappuis). Rangeant alors ces quantités suivant leurs valeurs réduites pour la température réduite τ , il parvint à la relation suivante : $\frac{d(\pi v)}{d\pi} = \frac{1}{4} (1 - 6\tau^2)$; partant des constantes critiques alors connues, D. Berthelot put établir à l'aide de cette formule, pour quelques gaz à la température cherchée, la valeur de $\frac{d(pv)}{dp}$; et à l'aide des équations, tirées par lui de la figure 1, il calcula les réductions qu'il faut appliquer aux différents thermomètres à gaz pour les ramener à l'échelle théorique.

Depuis l'apparition du Mémoire de D. Berthelot, de nouveaux résultats expérimentaux ont été mis au jour. Daniel Berthelot lui-même a continué à s'y intéresser. La note ci-après, dont le regretté Professeur Kamerlingh Onnes nous a donné connaissance, a résumé sa pensée, quelques mois avant sa mort.

(1) Pour une autre méthode de trouver α_A , voir encore le paragraphe 4b.

« J'avais admis la validité de la formule $\frac{d(pv)}{dp} = \alpha - \frac{\beta}{\alpha^2}$, et supposé que, si on la calculait en coordonnées réduites, on trouverait, au lieu de α et β , des coefficients numériques indépendants de la nature du gaz, ou, ce qui revient au même, j'avais calculé pour chaque gaz α et β d'après ses constantes critiques.

» Cependant, dès ce moment, il me paraissait y avoir de légers écarts systématiques indiquant, comme d'habitude, que la loi des états correspondants manque de rigueur. Cette impression a été confirmée par la lecture des mémoires où Kamerlingh Onnes et ses collaborateurs ont mesuré dans un intervalle de température étendu, et en de nombreux points, $\frac{d(pv)}{dp}$ pour les gaz hydrogène, azote, oxygène.

» Il en résulte que, pour chaque gaz, la formule ci-dessus représente très bien les faits, mais que, si on la calcule en coordonnées réduites, les valeurs numériques des deux coefficients diffèrent sensiblement d'un gaz à l'autre. Autrement dit, si l'on veut être exact, il faut introduire les valeurs α et β données par l'expérience à la place de celles déduites des constantes critiques. Il y aurait donc lieu, pour les gaz azote, hydrogène, oxygène et sans doute aussi hélium et argon, de calculer à nouveau les écarts entre l'échelle thermodynamique et l'échelle à pression constante ou à volume constant, en tenant compte de la remarque ci-dessus et en fixant α et β d'après les mesures de Kamerlingh Onnes et de P. Chappuis.

» Le mode de calcul serait le même que celui de mon mémoire de 1903; la marche générale et l'ordre de grandeur des écarts resteront les mêmes; mais les valeurs numériques seront sensiblement modifiées. »

Grâce aux mesures, surtout à celles exécutées au Laboratoire Kamerlingh Onnes à Leiden et à la Physikalisch-Technische Reichsanstalt à Charlottenburg, on a obtenu, depuis lors, des données précises sur les grandeurs nécessaires pour établir l'échelle des thermomètres à gaz d'après la méthode de D. Berthelot.

Nous passerons maintenant à l'établissement de cette échelle, c'est-à-dire à la fixation de α_1 d'après les données récentes susdites, traitant en même temps la définition des échelles des thermomètres à gaz par leurs coefficients de pression fondamentaux. Enfin nous nous occuperons de la réduction des échelles des thermomètres à gaz à l'échelle dite Celsius-Avogadro théorique, dont nous admettons qu'elle se confond avec l'échelle thermométrique théorique. Différentes définitions et notations relatives aux échelles de température et à la manière de les réaliser à l'aide des thermomètres à gaz ont été résumées dans l'Appendice I⁽¹⁾,

(¹) Voir aussi W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *Rapport sur l'échelle de température internationale pour les basses températures* (Comm. Leiden, Suppl. n° 51a, 1924).

tandis que, dans l'Appendice II, sont discutées quelques tentatives faites aux environs de 1900 pour calculer les réductions du thermomètre normal à hydrogène.

I. — Le point de congélation de l'eau dans l'échelle Kelvin.

4. Le coefficient de pression ou de dilatation d'un gaz quelconque extrapolé pour une densité nulle, α_λ , peut être déterminé :

a. Par les procédés décrits dans l'introduction, consistant à le déduire du coefficient de pression α_v , ou du coefficient de dilatation α_p , à une pression (initiale) connue et, en outre, de β_{0° et β_{100° . On trouve alors α_λ au moyen des relations (1)

$$(1) \quad \alpha_\lambda = \alpha_v^{0-100^\circ} - (1 + 100\alpha_\lambda) \frac{\beta_{100^\circ} - \beta_{0^\circ}}{100} p_0$$

et

$$(2) \quad \alpha_\lambda = \alpha_p^{0-100^\circ} - \frac{\beta_{100^\circ} - \beta_{0^\circ}(1 + 100\alpha_\lambda)}{100} p;$$

dans ces formules p_0 est la pression initiale (à 0°) du thermomètre à gaz à volume constant, p la pression du thermomètre à gaz à pression constante, exprimée dans l'un et l'autre cas en atmosphères; les coefficients β se rapportent à l'équation d'état proposée par Kamerlingh Onnes (2) :

$$(3) \quad pv = c \left(1 + \frac{\beta}{v} + \frac{c}{v^2} + \dots \right),$$

c'est-à-dire à un développement en série de pv par rapport à $\frac{1}{v}$ et non par rapport à p ; nos formules diffèrent donc de celles de D. Berthelot qui, d'ailleurs, a indiqué dans sa publication les avantages des coordonnées $\left(pv, \frac{1}{v} \right)$ (3).

b. Par extrapolation jusqu'à la pression (initiale) zéro d'après des mesures de α_v , ou de α_p , sous diverses pressions (initiales).

Nous nous attacherons maintenant à la détermination de la valeur aujourd'hui la plus probable, d'après les mesures de différents laboratoires ou observateurs, traitant d'abord la valeur acceptée à Leiden, puis celle des autres laboratoires.

(1) W. H. KRESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 14; voir aussi H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KRESOM, *Die Zustandsgleichung* (Comm. Leiden, Suppl. n° 23, 1912, équations 134 et 136), et l'Appendice I de ce Mémoire.

(2) H. KAMERLINGH ONNES, *Expression of the equation of state of gases and liquids by means of series* (Comm. Leiden, n° 71, 1901).

(3) DANIEL BERTHELOT, *loc. cit.*, p. 7 et 34.

a. La base de l'échelle de température de Leiden.

5. z. *Historique.* — En 1901, Kamerlingh Onnes ⁽¹⁾, avait admis la valeur $\alpha_A = 0,0036625$ et, en 1904, Kamerlingh Onnes et Zakrzewski ⁽²⁾, $0,00366195$. Pour fixer l'échelle Kelvin avec plus de précision, on s'est basé depuis l'année 1907 ⁽³⁾ sur les données ci-après.

D. Berthelot ⁽⁴⁾ a trouvé, en suivant la méthode mentionnée au paragraphe 4a, d'après les mesures faites par Chappuis ⁽⁵⁾, des coefficients de pression et de dilatation, ainsi que de la compressibilité de l'azote, et des mesures semblables relatives à l'hydrogène effectuées dans un réservoir en verre dur ⁽⁶⁾ : $\alpha_A = 0,00366180$.

Keesom ⁽⁷⁾ a calculé pour l'azote, d'après les mesures de Chappuis : $\alpha_A = 0,00366187 \pm 55$; d'après des mesures de Chappuis et Harker ⁽⁸⁾ concernant α_v de l'azote sous diverses pressions initiales (méthode du paragraphe 4b) : $\alpha_A = 0,00366178 \pm 37$, donc en moyenne $\alpha_A = 0,00366181 \pm 31$.

Kamerlingh Onnes et Braak ⁽⁹⁾ ont déduit du coefficient de pression de l'hydrogène, $\alpha_H = 0,0036627$ (la pression initiale étant $109^{\text{mm}},8$ de mercure), mesuré par Kamerlingh Onnes et Boudin ⁽¹⁰⁾ et des valeurs de $\beta_0 = 0,581 \cdot 10^{-3}$ et de $\beta_{100,20} = 0,632 \cdot 10^{-3}$, mesurées par eux-mêmes ⁽¹¹⁾ : $\alpha_A = 0,0036617$; ils ont trouvé, avec une valeur de β_0 , calculée par extrapolation à partir de β_{20} , mesuré par Schalkwijk ⁽¹²⁾, et de $\beta_{10,20}$, mesuré par eux-mêmes, une valeur à

(1) H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

(2) H. KAMERLINGH ONNES et C. ZAKRZEWSKI, *The validity of the law of corresponding states for mixtures of methyl chloride and carbon dioxide (Comm. Leiden, n° 92 cont., 1904).*

(3) H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *On the measurement of very low temperatures. XIV. Reduction of the readings of the hydrogen-thermometer of constant volume to the absolute scale (Comm. Leiden, n° 97b, 1907).*

(4) DANIEL BERTHELOT, *loc. cit.*

(5) P. CHAPPUIS, *Nouvelles études sur les thermomètres à gaz (Trav. et Mém., t. XIII, 1907).*

(6) Les mesures faites sur l'hydrogène, contenu dans un réservoir en platine iridié, ont donné des valeurs un peu différentes.

(7) Comparer H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KEESOM, *loc. cit.*, paragraphe 82 b.

(8) P. CHAPPUIS et J. A. HARKER, *Comparaison du thermomètre à résistance de platine avec le thermomètre à gaz, et détermination du point d'ébullition du soufre (Trav. et Mém., t. XII, 1902).*

(9) H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *On the measurement of very low temperatures. XVIII. The determination of the absolute zero according to the hydrogen thermometer of constant volume and the reduction of the readings on the normal hydrogen thermometer to the absolute scale (Comm. Leiden, n° 101 b, 1907).*

(10) H. KAMERLINGH ONNES et M. BOUDIN, *On the measurement of very low temperatures. III. Coefficient of pressure variation of pure hydrogen between 0° C. and 100° C. (Comm. Leiden, n° 60, 1900).*

(11) H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *Isotherms of diatomic gases and their binary mixtures. VII. Isotherms of hydrogen between 0° C. and 100° C. (Comm. Leiden, n° 100 b, 1907).*

(12) J. C. SCHALKWIJK, *Precise isotherms. V. The isothermal of hydrogen at 20° C. up to 60 atmospheres (Comm. Leiden, n° 70 cont., 1901).*

laquelle on a donné plus tard la préférence ⁽¹⁾ :

$$\alpha_A = 0,0036618.$$

Conformément à ces résultats, on a admis d'abord à Leiden l'échelle Celsius-Avogadro ⁽²⁾, fondée sur cette valeur de α_A ⁽³⁾, correspondant à la valeur du zéro absolu $-273^{\circ},09$ ⁽⁴⁾.

L'échelle Celsius-Avogadro fondée sur $\alpha_A = 0,00366174$ de l'hélium. — Kamerlingh Onnes ⁽⁵⁾ a trouvé d'après l'équation (1) en partant de $\alpha_A = 0,0036618$ et des valeurs

$$\beta_{0^{\circ}} = 0,512 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad \beta_{100^{\circ}} = 0,493 \cdot 10^{-3},$$

qui dérivent des déterminations isothermiques faites par lui ⁽⁶⁾ pour l'hélium aux températures de 0° et de $100^{\circ},35$: $\alpha_{\text{He}} = 0,0036614$. Il a adopté cette valeur comme celle du coefficient de pression du thermomètre normal à hélium ($p_0 = \frac{100}{76}$ atmosphère normale), de sorte que jusqu'à présent (à l'exception de quelques cas, dont nous parlerons plus loin), on a indiqué à Leiden les températures d'après l'échelle Celsius-Avogadro du thermomètre normal à hélium, fondée sur cette valeur de α_{He} .

(1) H. KAMERLINGH ONNES et G. BRAAK, *On the measurement of very low temperatures. XVIII. The determination of the absolute zero according to the hydrogen thermometer of constant volume and the reduction of the readings on the normal hydrogen thermometer to the absolute scale* (Comm. Leiden, n° 101 b, 1907; en particulier p. 14, notes 2 et 3).

(2) Voir, pour un résumé plus détaillé : H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KEESOM, *loc. cit.*, H. KAMERLINGH ONNES, *Sur la thermométrie des basses températures* (Comm. Leiden, Suppl. n° 34 a, 1913), et aussi P. G. CATH et H. KAMERLINGH ONNES, *Sur la mesure des températures très basses. XXX. Comparaison des thermomètres à hélium, à argon, à néon, à oxygène et à azote au thermomètre à hydrogène. Corrections pour ramener les indications de ces thermomètres à l'échelle internationale Kelvin. Le deuxième coefficient du viriel pour l'hélium, l'argon, le néon, l'oxygène et l'azote au-dessous de 0° C.* (Comm. Leiden, n° 136 a, 1922; en particulier paragraphe 2).

(3) DANIEL BERTHELOT, *loc. cit.*, avait trouvé que cette valeur serait également conforme aux mesures de l'effet Joule-Kelvin.

(4) Le nombre $273,09$ a été mentionné déjà par H. KAMERLINGH ONNES et J. CLAY, *On the measurement of very low temperatures. XI. A comparison of the platinum resistance thermometer with the hydrogen thermometer* (Comm. Leiden, n° 95 c, 1906, p. 43), et par H. KAMERLINGH ONNES et G. BRAAK, *Isotherms of diatomic gases and their binary mixtures. VI. Isotherms of hydrogen between -10° C. and -217° C.* (Comm. Leiden, n° 97 a, 1906, p. 24, note 1).

(5) H. KAMERLINGH ONNES, *On the measurement of very low temperatures. XIX. Derivation of the pressure coefficient of helium for the international helium thermometer and the reduction of the readings on the helium thermometer to the absolute scale* (Comm. Leiden, n° 102 b, 1907).

(6) H. KAMERLINGH ONNES, *Isotherms of monatomic gases and their binary mixtures. I. Isotherms of helium between $+100^{\circ}$ C. and -217° C.* (Comm. Leiden, n° 102 a, 1907).

En refaisant le calcul, on obtient la différence $\alpha_A - \alpha_{\text{nlte}} = 0,34 \cdot 10^{-6}$, si l'on opère d'après l'équation (1) avec les valeurs $\alpha_p = 0,512 \cdot 10^{-3}$ et $\alpha_{100} = 0,493 \cdot 10^{-3}$; en considérant que $\alpha_{\text{nlte}} = 0,0036614$, on trouve alors

$$\alpha_A = 0,00366174 \quad (1).$$

Le petit écart entre cette valeur de α_A et celle dont Kamerlingh Onnes est parti, c'est-à-dire $\alpha_A = 0,0036618$, s'explique parce qu'on a arrondi les calculs. A Leiden toutes les mesures de température avaient été calculées avec $\alpha_{\text{nlte}} = 0,0036614$, et c'est pourquoi on avait conservé cette valeur au lieu de prendre $\alpha_{\text{nlte}} = 0,00366146$, résultant du nombre admis par Kamerlingh Onnes pour α_A et de la différence $\alpha_A - \alpha_{\text{nlte}} = 0,34 \cdot 10^{-6}$; on s'estimait d'autant mieux autorisé à procéder de la sorte que la différence entre cette valeur et celle trouvée par un nouveau calcul, n'avait pas d'importance dans l'état actuel du problème; on s'est donc servi jusqu'à présent, à Leiden, comme base de l'échelle Celsjus-Avogadro de l'hélium, de la valeur $\alpha_A = 0,00366174$.

Ce nombre correspond à la valeur du zéro absolu : $-273^{\circ},094$.

Les nombres indiqués donnaient $\alpha_{\text{nlte}} - \alpha_{\text{nlte}} = 0,0000013$, tandis que Cath et Kamerlingh Onnes (2) avaient trouvé, avec le thermomètre différentiel $\alpha_{\text{nlte}} - \alpha_{\text{nlte}} = 0,0000014$. Cette concordance était considérée comme un contrôle de la validité de la méthode.

Depuis lors, dans un rapport présenté au Quatrième Congrès international du Froid, réuni à Londres, on a fait connaître des calculs (3) relatifs au point de congélation de l'eau dans l'échelle Kelvin, en recueillant les valeurs de α_p et de α_{100} telles qu'elles résultent des mesures de différents observateurs, et en calculant les diverses valeurs de α_A résultant de leurs déterminations de α_p^{0-100} et de α_p^{0-100} à l'aide des α_p et α_{100} , qu'on avait admis comme les plus exacts. Ces calculs avaient abouti à la valeur $\alpha_A = 0,0036615$.

En l'année 1926, nous avons poursuivi ces calculs dans l'avant-projet de ce Mémoire, qui fut envoyé, sous forme d'épreuves, à divers Instituts et à quelques personnes s'intéressant à ces questions. Nous avons eu l'occasion d'y insérer, en 1929, quelques données nouvelles. Par suite, les textes des deux avant-projets diffèrent en divers endroits. Toutefois la valeur $\alpha_A = 0,00366135$, trouvée comme moyenne générale, était restée inchangée. Nous nous sommes demandé s'il n'était pas désirable de prendre dès 1929 cette valeur comme base de l'échelle de température, puisque sans doute la valeur de $\alpha_A = 0,00366174$, acceptée jusqu'alors, était trop forte. Or, nous avons eu l'impression que cette

(1) W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 22.

(2) P. G. CATH et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

(3) W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

nouvelle valeur n'avait pas encore la certitude désirée. Et l'introduction d'une échelle de température dont on prévoit qu'elle devra être abandonnée sous peu, présente de graves inconvénients. Il y avait déjà en 1929 un nombre appréciable de données physiques qui étaient rapportées à l'échelle de Leiden et qui subiraient des changements quand on passerait à une autre échelle de température. A notre avis, il ne serait opportun d'introduire une nouvelle échelle de température que lorsque celle-ci serait établie d'une manière telle qu'elle parût de nature à satisfaire longtemps les exigences de la science. Nous estimions qu'il conviendrait d'attendre, pour introduire une nouvelle valeur de α_λ comme base de l'échelle des températures, que cette valeur fût fixée avec plus de précision, et que l'on pût espérer qu'elle servirait de base aux calculs pendant de nombreuses années. Les valeurs individuelles pour les divers gaz et pour les divers observateurs, différeraient encore trop.

Avant de fixer la nouvelle base, il était désirable de faire les recherches suivantes :

1° Nouvelles déterminations de α_{0-100° , sous une pression initiale de 1000^{mm} de mercure, des thermomètres à hélium, munis de réservoirs de 100 et 350^{cm³}. Dans ces mesures, on devrait prêter une attention particulière au desséchage et à la purification des parois des thermomètres ainsi qu'à la détermination très précise de l'espace nuisible qui se trouve au-dessus du ménisque de mercure servant à délimiter le volume du gaz dans le thermomètre ;

2° Déterminations de α_{0-100° de quelques autres thermomètres à gaz ;

3° Déterminations des β_{0° et β_{100° des gaz 1° et 2°, d'après des mesures d'isothermes sous de faibles pressions ; nous remarquons qu'il serait désirable aussi que les divers laboratoires se missent d'accord sur les unités, dans le système desquelles p et v doivent être exprimés, de sorte qu'une méthode uniforme, qui n'existe pas encore, fût acceptée par tous (1).

Ce programme exigerait sans doute plusieurs années. M^{lle} van der Horst et le premier des auteurs s'étaient occupés d'une nouvelle détermination du coefficient de pression de l'hélium, suivant 1° ; M. van Santen et le premier des auteurs, en 1928, commencèrent leurs mesures d'isothermes de l'hélium sous de basses pressions, suivant 3°. En attendant les résultats, on a maintenu dans ces années le nombre de base $\alpha_\lambda = 0,00366174$, utilisé jusque-là.

(1) Nous mentionnons avec satisfaction, que J. Orro, dans son Mémoire, *Thermische Zustandsgrößen der Gase bei mittleren und kleinen Drucken (Handbuch der Experimentalphysik, t. 8, 2^e partie, 1929)*, a exprimé les pressions en atmosphères, et non plus en mètres de mercure, comme c'était l'usage à la Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

Néanmoins on rencontrera une autre valeur de $\alpha_{n,He}$, donc de α_A , dans quelques-unes des publications plus récentes du Laboratoire Kamerlingh Onnes, en particulier dans celles qui traitent la fixation dans l'échelle de température des points d'ébullition de l'oxygène par Keesom, M^{lle} van der Horst et M^{lle} Jansen ⁽¹⁾, et de l'hydrogène normal et para-hydrogène, par Keesom, Bijl et M^{lle} van der Horst ⁽²⁾.

Dans ces recherches on a employé les valeurs de $\alpha_v^{0-100^\circ}$ de l'hélium, mesurées directement avec les thermomètres à hélium, pour servir à la détermination de ces points fixes, dont on voulait comparer les valeurs, trouvées à Leiden, avec celles trouvées à Charlottenburg. On avait obtenu déjà la certitude, par les premiers résultats de Keesom et M^{lle} van der Horst ⁽³⁾, que la valeur $\alpha_A = 0,00366174$ était sûrement trop forte. Ces dernières recherches, qui avaient abouti à $\alpha_{n,He} = 0,0036611$, avaient donné pour base intérimaire, avec la différence $\alpha_A - \alpha_{n,He} = 0,34 \cdot 10^{-6}$, la valeur

$$\alpha_A = 0,0036614.$$

3. *État actuel. L'échelle Celsius-Avogadro fondée sur $\alpha_A = 0,0036611$ de l'hélium.* — Les mesures sur les valeurs de β_{0° et β_{100° de l'hélium n'étant pas encore terminées et par conséquent la fixation de la nouvelle base n'étant pas encore possible, les mêmes observateurs, assistés dans le cours de leurs expériences par M. Taconis ⁽⁴⁾, ont eu l'occasion de continuer leurs recherches avec un thermomètre muni d'un réservoir en verre d'Iéna 2954^{III} ⁽⁵⁾, et en améliorant encore la méthode.

Keesom, M^{lle} van der Horst et Taconis ont trouvé pour l'hélium, avec un thermomètre à la pression de 96^{cm},7 de mercure à 0°, $\alpha_v^{0-100^\circ} = 0,00366073$, avec un thermomètre à la pression de 75^{cm},0 de mercure à 0°, $\alpha_v^{0-100^\circ} = 0,00366079$, et avec un thermomètre à la pression de 50^{cm},8 de mercure à 0°, $\alpha_v^{0-100^\circ} = 0,00366086$.

(1) W. H. KEESOM, M^{lle} H. VAN DER HORST et M^{lle} A. F. J. JANSEN, *New determination of the normal boiling point of oxygen* (*Comm. Leiden*, n° 203 b, 1929).

(2) W. H. KEESOM, A. BIJL et M^{lle} H. VAN DER HORST, *Determination of the boiling points and the vapour-pressure curves of normal hydrogen and of para-hydrogen. The normal boiling point of normal hydrogen as a basic point in thermometry* (*Comm. Leiden*, n° 217 a, 1931).

(3) W. H. KEESOM et M^{lle} H. VAN DER HORST, *The fundamental pressure coefficient of helium* (*Comm. Leiden*, n° 488 a, 1927).

(4) W. H. KEESOM, M^{lle} H. VAN DER HORST et K. W. TACONIS, *A new determination of the fundamental pressure coefficient of helium* (*Comm. Leiden*, n° 230 d, 1934).

(5) Le premier réservoir était en verre d'Iéna 16^{III}.

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

15

Keesom et van Santen (1) ont trouvé pour l'hélium :

$$\alpha_{0^{\circ}} = 0,5028 \cdot 10^{-2},$$

$$\alpha_{100^{\circ}} = 0,4827 \cdot 10^{-2}.$$

En employant la formule (1) nous obtenons

$$(4) \quad \alpha_A = \alpha_v^{0-100^{\circ}} + 3,61 \cdot 76 p_{0^{\circ}} \cdot 10^{-9},$$

où $76 p_{0^{\circ}}$ représente la pression exprimée en centimètres de mercure. On obtient alors :

$76 p_{0^{\circ}}$	$\alpha_v^{0-100^{\circ}}$	$\alpha_A - \alpha_v^{0-100^{\circ}}$	α_A
96,7.....	0,00366073	$0,35 \cdot 10^{-6}$	0,00366108
75,0.....	0,00366079	0,27	0,00366106
50,8.....	0,00366086	0,18	0,00366104

donc, attribuant le plus grand poids à la première valeur, une valeur moyenne pour α_A ,

$$0,00366107$$

ou, en arrondissant,

$$\alpha_A = 0,0036611.$$

Quoique le programme, projeté dans 1^o, 2^o et 3^o ne soit pas encore entièrement exécuté, nous avons assez de confiance dans les données déjà obtenues pour introduire comme nouvelle base de l'échelle de température

$$\alpha_A = 0,0036611.$$

Le point de congélation de l'eau dans l'échelle Kelvin devient

$$\vartheta_{0^{\circ}} = 273^{\circ},14 \text{ K.}$$

b. L'échelle de température de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

6. En étudiant les publications des divers instituts et observateurs, nous constatons toujours la grande autorité qu'ils ont attribuée à l'œuvre de Chappuis et aux calculs de D. Berthelot basés sur les données de ce travail. En partant de ces données, on a admis à Charlottenburg $\alpha_A = 0,0036618$, d'où $\vartheta_{0^{\circ}} = 273^{\circ},09 \text{ K.}$ (2). Il en a été ainsi jusqu'en 1921, année dans laquelle

(1) W. H. KEESOM et J. J. M. VAN SANTEN, *Isothermals of helium at temperatures of 0°, 20° and 100° C., and pressures from 5,5 to 16,5 atmospheres* (Comm. Leiden, n° 227 b, 1933).

(2) F. HENNING, *Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung*, édition Vieweg, Braunschweig 1915, p. 80.

Henning et Heuse (1) ont publié un mémoire où ils annoncent avoir trouvé la valeur $\alpha_A = 0,0036604$, donc $\mathfrak{T}_0 = 273^{\circ}, 20 \text{ K.}$ d'après leurs mesures des coefficients de pression et de dilatation de l'hélium, de l'hydrogène et de l'azote. Depuis lors, on avait introduit, à la Reichsanstalt, l'échelle de température fondée sur cette valeur de α_A (2). On était sans doute confirmé dans cette décision par les mesures des coefficients de pression et de dilatation du néon exécutées par Heuse (3).

Or, une reprise des déterminations de coefficients de pression et de dilatation de quelques gaz, ainsi que de leurs valeurs de β_p , fut faite par Heuse et Otto dans les années 1929 et 1930; Otto (4) seul poursuivit la détermination des isothermes à 0° et 100° de l'hélium et de l'hydrogène. Déjà, dans son mémoire cité, Otto fait une allusion au fait que le résultat serait différent de celui de Henning et Heuse. Dans ce mémoire (5) il a calculé encore des résultats de divers auteurs, d'après la méthode de Keesom et Kamerlingh Onnes et celle de l'avant-projet du présent mémoire (6), une valeur probable,

$$\alpha_A = 0,0036610, \quad \text{donc} \quad \mathfrak{T}_0 = 273^{\circ}, 15 \text{ K.}$$

Les mémoires de Heuse et Otto (7) ayant paru depuis comportent des mesures nouvelles sur les coefficients de dilatation et de pression de l'hélium, de l'hydrogène, de l'azote et du néon. En combinant leurs résultats avec des mesures antérieures de Henning et Heuse, et de Heuse seul, ils ont été amenés à

$$\alpha_A = 0,0036608,$$

donc à

$$\mathfrak{T}_0 = 273^{\circ}, 16, \text{ K.},$$

(1) F. HENNING et W. HEUSE, *Ueber die Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff* (Zeitschrift für Physik, t. V, 1921, p. 285).

(2) F. HENNING, *Die Temperaturskala in Theorie und Praxis* (Zeitschrift für Instrumentenkunde, t. XLIV, 1924, p. 355). La *gesetzliche Temperaturskala* ne donne qu'indirectement ce nombre par les valeurs des divers points de repère; *Bekanntmachung über die gesetzliche Temperaturskala und die Prüfung von Thermometern* (Zeitschrift für Instrumentenkunde, t. XLIV, 1924, p. 517).

(3) W. HEUSE, *Gasthermometrische Untersuchungen mit Helium, Neon, Stickstoff und Sauerstoff* (Zeitschrift für Physik, t. XXXVII, 1926, p. 157).

(4) J. OTTO, *loc. cit.*, p. 143.

(5) J. OTTO, *loc. cit.*, p. 196 et suiv.

(6) Voir p. 12 de ce Mémoire.

(7) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannkoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff* (Annalen der Physik, 5^e série, t. II, 1929, p. 1012) et W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannkoeffizienten von Gasen. II. Neon* (Annalen der Physik, 5^e série, t. IV, 1930, p. 778).

et la Reichsanstalt donne en ce moment la préférence à cette valeur (1). Si pourtant, nous déduisons seulement des expériences de Heuse et Otto, à l'aide des $\alpha_{0^{\circ}}$ et $\alpha_{100^{\circ}}$, données par Otto, une valeur de α_{λ} , en attribuant le même poids à chaque nombre, nous arrivons à $\alpha_{\lambda} = 0,0036609$, donc $\vartheta_{0^{\circ}} = 273^{\circ}, 15$ K.

c. Mesures et calculs du Massachusetts Institute of Technology.

7. Nous tenons à citer ici séparément le Massachusetts Institute of Technology, où l'on s'est occupé de calculs et de mesures pouvant servir à consolider les bases de la Thermométrie. Nous mentionnons ici spécialement l'œuvre de Keyes et de ses collaborateurs au Rogers Laboratory of Physics, dont une relation détaillée a paru, faite par Keyes, Townshend et Young (2). On établit dans cette publication une échelle de température fondée sur la valeur $\vartheta_{0^{\circ}} = 273^{\circ}, 14$ K., donc $\alpha_{\lambda} = 0,0036611$, que Keyes (3) avait calculée d'après les mesures d'autres observateurs. Ces calculs ont été poursuivis par Smith et Taylor (4), du même laboratoire, avec le résultat final $\vartheta_{0^{\circ}} = 273^{\circ}, 12$ K. Dans une autre publication, Kirkwood et Keyes (5) ont calculé encore

$$\vartheta_{0^{\circ}} = 273^{\circ}, 16 \text{ K.}$$

Des mesures ont été entreprises par Jacobus (6) du Department of Mechanical Engineering du même Institut. Jacobus a expérimenté sur les coefficients de pression de l'hélium et de l'hydrogène à des pressions initiales

(1) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Gasen. II. Neon* (Annalen der Physik, 5^e série, t. IV, 1930, p. 778). Donc, une concordance à peu près complète a été atteinte entre les valeurs de α_{λ} à Charlottenburg et à Leiden. On n'aurait pas pu espérer, il y a quelques années, que les perspectives dans ce domaine s'amélioreraient si vite. En effet, non seulement il n'y avait pas de concordance entre Charlottenburg et Leiden sur les valeurs numériques de α_{λ} , mais aussi on avait commencé à douter de l'efficacité de la méthode de D. Berthelot pour calculer cette valeur. La cause en était qu'on avait pensé devoir conclure de certaines expériences, que les isothermes de l'hélium, de l'azote, de l'oxygène et du néon, entre 1^m,5 et 0^m,4 de mercure, ne pourraient pas être considérées comme droites avec une approximation suffisante, mais qu'elles seraient courbées de façon appréciable. Heureusement les mesures, déjà citées, de Heuse et Otto, ont écarté ces doutes.

(2) FREDERICK G. KEYES, BAILEY TOWNSHEND et LOUIS H. YOUNG, *The establishing of the absolute temperature scale below the melting point of ice* (Journal of Mathematics and Physics, Massachusetts Institute of Technology, t. 1, 1922, p. 243).

(3) FREDERICK G. KEYES, *On the establishing of the absolute temperature scale* (Journal of the American Chemical Society, t. XLII, 1920, p. 54).

(4) LEIGHTON B. SMITH et ROBERT S. TAYLOR, *The melting point of ice on the absolute temperature scale* (Journal of the American Chemical Society, t. XLV, 1923, p. 2124).

(5) JOHN C. KIRKWOOD et FREDERIC G. KEYES, *The equation of state of helium* (Physical Review, 2^e série, t. XXXVII, 1931, p. 832).

(6) DAVID D. JACOBUS, *A study of the absolute temperature scale* (Thèse pour le doctorat, Cambridge Mass., 1930, cité d'après Abstracts of scientific and technical publications from the Massachusetts Institute of Technology, n° 7, 1931, p. 54).

de 0^m,30, 0^m,65 et 1^m de mercure environ. Ses mesures l'ont conduit au nombre

$$\beta_{0^{\circ}} = 273^{\circ}, 16 \text{ K.}$$

pour le point de congélation de l'eau dans l'échelle Kelvin.

d. Recueil de valeurs de α_A déduites de mesures individuelles.

8. Pour donner un aperçu complet, nous résumerons dans les paragraphes 9 à 12 les résultats des diverses mesures des coefficients de pression ou de dilatation de l'hélium, de l'hydrogène, de l'azote et du néon ⁽¹⁾, en déduisant de chaque nombre obtenu la valeur de α_A à l'aide des équations (1) ou (2), en utilisant les valeurs de $\beta_{0^{\circ}}$ et $\beta_{100^{\circ}}$ que nous estimons les plus exactes. Nous y ajoutons dans le paragraphe 13 un résumé des valeurs obtenues pour α_A par la méthode d'extrapolation mentionnée au paragraphe 4b.

a. Détermination de α_A en partant des valeurs de α_v et de α_p , ainsi que de la compressibilité de divers gaz.

9. Hélium.

TABLEAU I. — Hélium.

	$\beta_{0^{\circ}}$.	$\beta_{100^{\circ}}$.
Kamerlingh Onnes ⁽²⁾	0,512. 10 ⁻³	0,493. 10 ⁻³
Holborn et Schultze ⁽³⁾	0,529	0,513
Boks et Kamerlingh Onnes ⁽⁴⁾ ...	0,523	-
Otto ⁽⁵⁾	0,5244	0,5077
Gibby, Tanner et Masson ⁽⁶⁾	-	0,486

⁽¹⁾ W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber einige thermische Daten und das Atomgewicht von Krypton* (*Physikalische Zeitschrift*, t. XXXV, 1934, p. 57) ont mesuré pour le krypton des valeurs de α_v , α_p et $\beta_{0^{\circ}}$; cependant, une détermination indépendante de $\beta_{100^{\circ}}$ n'ayant pas été faite, il est impossible de calculer des valeurs de α_A .

⁽²⁾ H. KAMERLINGH ONNES, *Isotherms of monatomic gases and their binary mixtures. I. Isotherms of helium between +100° C. and -217° C.* (*Comm. Leiden*, n° 102 a, 1907); *On the measurement of very low temperatures. XIX. Derivation of the pressure coefficient of helium for the international heliumthermometer and the reduction of the readings on the heliumthermometer to the absolute scale* (*Comm. Leiden*, n° 102 b, 1907).

⁽³⁾ L. HOLBORN et H. SCHULTZE, *Ueber die Druckwaage und die Isothermen von Luft, Argon und Helium zwischen 0° und 200°* (*Annalen der Physik*, 4^e série, t. XLVII, 1915, p. 1089).

⁽⁴⁾ J. D. A. BOKS et H. KAMERLINGH ONNES, *Isotherms of monatomic substances and their binary mixtures. XXIII. Isotherms of helium from 20° to -259° C.* (*Comm. Leiden*, n° 170 a, 1924). Pour le calcul de leurs valeurs de β , voir G. P. NUHOFF et W. H. KEESOM, *Isotherms of monatomic substances and their binary mixtures. XXVI. Isotherms of helium at -183°, 0 and -201°, 5 C., and pressures of 3 to 8 atmospheres* (*Comm. Leiden*, n° 188 b, 1927). Le nombre donné dans W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, Tableau I, était provisoire, d'après p. 13, note 3, du même mémoire.

⁽⁵⁾ J. OTTO, *loc. cit.*, p. 79; voir aussi *Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1927* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, t. XLVIII, 1928, p. 257).

⁽⁶⁾ C. W. GIBBY, C. G. TANNER et IRVINE MASSON, *The pressures of gaseous mixtures. II. Helium and hydrogen and their intermolecular forces* (*Proceedings of the Royal Society of London*, série A, t. CXXII, 1929, p. 283).

	$\alpha_{0^{\circ}}$	$\alpha_{100^{\circ}}$
Tanner et Masson ⁽¹⁾	-	0,498.10 ⁻³
Wiebè, Gaddy et Heins ⁽²⁾	0,522.10 ⁻³	0,504
Keesom et van Santen [⁽³⁾ , ⁽⁴⁾]... ..	0,5028	0,4827

En employant les valeurs de Keesom et van Santen, qui sont probablement les plus précises, nous obtenons

$$\alpha_{100^{\circ}} - \alpha_{0^{\circ}} = -0,0201 \cdot 10^{-3},$$

à l'aide de l'équation (1)

$$(4) \quad \alpha_A = \alpha_{0^{\circ}} + 3,61 \cdot 76 p_{0^{\circ}} \cdot 10^{-9}$$

et de l'équation (2)

$$(5) \quad \alpha_A = \alpha_{0^{\circ}} + 26,9 \cdot 76 p \cdot 10^{-9},$$

où $76 p_{0^{\circ}}$ et $76 p$ représentent la pression exprimée en centimètres de mercure.

Nous obtenons alors :

TABLEAU II a. — Coefficients de pression de l'hélium.

	$76 p_{0^{\circ}}$	$\alpha_{0^{\circ}}$	$\alpha_A - \alpha_{0^{\circ}}$	α_A	Réservoir.
Henning et Heuse ⁽⁵⁾	111,6	0,0036600	0,4.10 ⁻⁸	0,0036604	verre 59 ^{III}
»	52,1	0,0036599	0,2	0,0036601	»
»	110,3	0,0036601	0,4	0,0036605	»
»	76,0	0,0036598	0,3	0,0036601	»
»	50,5	0,0036595	0,2	0,0036597	»
Keesom et M ^{lle} van der Horst ⁽⁶⁾	98,7	0,0036611	0,4	0,0036615	verre 16 ^{III}
»	97,4	0,0036611	0,4	0,0036615	»
Heuse et Otto ⁽⁷⁾	99,4	0,0036604	0,4	0,0036608	verre 59 ^{III}
»	72,7	0,0036611	0,3	0,0036614	»
»	53,3	0,0036602	0,2	0,0036604	»
»	39,0	0,0036611	0,1	0,0036612	»

(1) C. C. TANNER et IRVINE MASSON, *The pressures of gaseous mixtures. Part III. (Proceedings of the Royal Society of London, série A, t. CXXVI, 1929, p. 268).*

(2) R. WIEBÈ, V. L. GADDY et CONRAD HEINS Jr, *The compressibility isotherms of helium at temperatures from -70° to 200° and at pressures to 1000 atmospheres (Journal of the American Chemical Society, t. LIII, 1931, p. 1721).*

(3) W. H. KEESOM et J. J. M. VAN SANTEN, *loc. cit.*

(4) Nous n'avons pas reproduit dans le Tableau I les mesures de F. P. Burt et de Gregory Paul Baxter et Howard Warner Starkweather en raison de leurs résultats divergents; voir le Tableau IX de ce Mémoire.

(5) F. HENNING et W. HEUSE, *loc. cit.*

(6) W. H. KEESOM et M^{lle} H. VAN DER HORST, *loc. cit.* L'emploi des nouvelles valeurs de $\alpha_{0^{\circ}}$ et $\alpha_{100^{\circ}}$, de W. H. KEESOM et J. J. M. VAN SANTEN, *loc. cit.*, est la cause que nous trouvons ici, en arrondissant, $\alpha_A = 0,0036615$, au lieu de la valeur $\alpha_A = 0,0036614$ du mémoire original, et cité dans le paragraphe 53.

(7) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff (Annalen der Physik, 5^e série, t. II, 1929, p. 1012).*

	76 p ^o .	$\alpha_p^{0-100^\circ}$	$\alpha_A - \alpha_p^{0-100^\circ}$	α_A	Réservoir.
Jacobus (1).....	100,2	0,0036601	$0,4 \cdot 10^{-6}$	0,0036605	verre 6 ^{III}
»	65,6	0,00366085	0,25	0,0036611	»
»	32,0	0,0036609	0,1	0,0036610	»
Keesom, M ^{lle} van der Horst et Taconis (2).....	96,7	0,00366073	0,35	0,00366108	verre 2954 ^{III}
»	75,0	0,00366079	0,27	0,00366106	»
»	50,8	0,00366086	0,18	0,00366104	»

et

TABLEAU II b. — Coefficients de dilatation de l'hélium.

	76 p.	$\alpha_p^{0-100^\circ}$	$\alpha_A - \alpha_p^{0-100^\circ}$	α_A	Réservoir.
Henning et Heuse (3).....	111,6	0,0036581	$3,0 \cdot 10^{-6}$	0,0036611	verre 59 ^{III}
»	52,1	0,0036603	1,4	0,0036617	»
»	110,3	0,0036582	3,0	0,0036612	»
»	76,0	0,0036591	2,0	0,0036611	»
»	50,5	0,0036589	1,4	0,0036603	»
Heuse et Otto (4).....	99,4	0,0036579	2,7	0,0036606	»
»	72,7	0,0036587	2,0	0,0036607	»
»	53,3	0,0036594	1,4	0,0036608	»
»	39,0	0,0036597	1,05	0,00366075	»

10. Hydrogène.

TABLEAU III. — Hydrogène.

	α_{100°	α_{100°
Chappuis (5).....	0,579 · 10 ⁻³	—
Kamerlingh Onnes et Braak (6).....	0,581	$0,632 \cdot 10^{-3}$
Holborn (7).....	0,621	0,693
Nijhoff et Keesom (8).....	0,605	0,686
Verschoyle (9).....	0,626	—
Bartlett (10).....	0,6645	—

(1) DAVID D. JACOBUS, *loc. cit.*(2) W. H. KEESOM, M^{lle} H. VAN DER HORST et K. W. TACONIS, *loc. cit.*(3) F. HENNING et W. HEUSE, *loc. cit.*(4) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff (Annalen der Physik, 5^e série, t. II, 1929, p. 1012).*(5) P. CHAPPUIS, *loc. cit.* Nous n'avons pas reproduit la valeur de α_{100° , qui n'est fondée que sur deux données expérimentales.(6) H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *Isotherms of diatomic gases and their binary mixtures. VII. Isotherms of hydrogen between 0° C. and 100° C. (Comm. Leiden, n° 100b, 1907).*(7) L. HOLBORN, *Ueber die Isothermen des Wasserstoffs (Annalen der Physik, 4^e série, t. LXIII, 1920, p. 679).*(8) G. P. NIJHOFF et W. H. KEESOM, *Isotherms of diatomic substances and their binary mixtures. XXIV. Isotherms of hydrogen at temperatures of 0° C. and 100° C. (Comm. Leiden, n° 188 d, 1927).*(9) T. T. H. VERSCHOYLE, *Isotherms of hydrogen, of nitrogen, and of hydrogen-nitrogen mixtures at 0° and 20° C., up to a pressure of 200 atmospheres (Proceedings of the Royal Society of London, série A, t. CXI, 1926, p. 552).*(10) EDWARD P. BARTLETT, *The compressibility isotherms of hydrogen, nitrogen and mixtures of these gases at 0° and the pressures to 1000 atmospheres (Journal of the American Chemical Society, t. II, 1927, p. 687).*

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

	$\alpha_{0^{\circ}}$	$\alpha_{100^{\circ}}$
Witkowski (1).....	0,619.10 ⁻³	0,674.10 ⁻³
Otto (2).....	0,6232	0,6889
Tanner et Masson (3).....	-	0,697
Michels, Nijhoff et Gerver (4).....	0,610	0,697
Townend et Bhatt [(5), (6)].....	0,653	-

En prenant la moyenne, nous obtenons

$$\alpha_{0^{\circ}} = 0,618.10^{-3} \quad \text{et} \quad \alpha_{100^{\circ}} = 0,681.10^{-3}.$$

Portant ces résultats dans l'équation (1), il vient

$$(6) \quad \alpha_{\lambda} = \frac{0-100^{\circ}}{\alpha_p} - 11,3.76 p_{0^{\circ}}.10^{-9}$$

et avec l'équation (2)

$$(7) \quad \alpha_{\lambda} = \frac{0-100^{\circ}}{\alpha_p} + 21,4.76 p.10^{-9}.$$

TABLEAU IV a. — Coefficients de pression de l'hydrogène.

	76 p _{0^{\circ}}	$\frac{0-100^{\circ}}{\alpha_p}$	$\alpha_{\lambda} - \frac{0-100^{\circ}}{\alpha_p}$	α_{λ}	Réservoir.
Chappuis (7).....	100,1	0,00366217	-1,13.10 ⁻⁶	0,0036610	verre dur
»	99,9	0,00366253	-1,13	0,0036614	Pt-Ir
»	[100,0	0,00366296	-1,13	0,0036618]	Pt-Ir
Kamerlingh Onnes et Boudin (8).....	109,8	0,0036627	-1,2	0,0036615	verre 16 ^{III}
Henning et Heuse (9).....	109,5	0,0036623	-1,2	0,0036611	verre 59 ^{III}
»	50,8	0,0036612	-0,6	0,0036606	»

(1) A. W. WITKOWSKI, *Sur la dilatation de l'hydrogène (Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie, Classe des Sciences mathématiques et naturelles, 1905, p. 305).*

(2) J. OTTO, *loc. cit.*

(3) C. C. TANNER et IRVINE MASSON, *loc. cit.* Dans des mesures antérieures C. W. GIBBY, C. G. TANNER et IRVINE MASSON, *loc. cit.*, ont trouvé $\alpha_{0^{\circ}} = 0,693.10^{-3}$.

(4) A. MICHELS, G. P. NIJHOFF et A. J. J. GERVER, *Isothermenmessungen von Wasserstoff zwischen 0° und 100° C. bis 1000 Atmosphären (Annalen der Physik, 5^e série, t. XII, 1932, p. 562).*

(5) D. T. A. TOWNEND et L. A. BHATT, *Isotherms of hydrogen, carbon monoxide and their mixtures (Proceedings of the Royal Society of London, série A, t. CXXXIV, 1931, p. 592).*

(6) Nous n'avons pas reproduit non plus dans le Tableau III les mesures de E. H. Amagat et de Adrien Jaquero et Otto Scheuer, de Ph. A. Guye et T. Batuccas, de S. Wroblewski et de Edward P. Bartlett, H. L. Cupples et T. H. Tremearne en raison de leurs résultats divergents; voir le Tableau XV de ce Mémoire.

(7) P. CHAPPUIS, *loc. cit.* Les nombres entre crochets sont moins précis en raison d'une fuite dans le réservoir.

(8) H. KAMERLINGH ONNES et M. BOUDIN, *loc. cit.*

(9) F. HENNING et W. HEUSE, *loc. cit.*

	76 p _r .	$\alpha_p^{0-100^\circ}$	$\alpha_A - \alpha_p^{0-100^\circ}$	α_A	Réservoir.
Heuse et Otto (1).....	99,4	0,003662 1	-1,1. 10 ⁻⁶	0,003661 0	verre 59 ^{III}
"	72,7	0,003662 0	-0,8	0,003661 2	"
"	53,3	0,003661 3	-0,6	0,003660 7	"
"	39,0	0,003661 7	-0,4	0,003661 3	"
Jacobus (2)	100,9	0,003661 3	-1,1	0,003660 2	verre 16 ^{III}
"	65,6	0,003661 4	-0,7	0,003660 7	"
"	32,0	0,003660 9	-0,4	0,003660 5	"

et

TABLEAU IV b. — Coefficients de dilatation de l'hydrogène.

	76 p.	$\alpha_p^{0-100^\circ}$	$\alpha_A - \alpha_p^{0-100^\circ}$	α_A	Réservoir.
Chappuis (3).....	[100,0	0,003660 04	2,14. 10 ⁻⁶	0,003662 2]	Pt-Ir
Henning et Heuse (4).....	109,5	0,003659 0	2,3	0,003661 3	verre 59 ^{III}
"	50,3	0,003660 2	1,1	0,003661 3	"
Heuse et Otto (1).....	99,4	0,003658 9	2,1	0,003661 0	"
"	72,7	0,003659 3	1,6	0,003660 9	"
"	53,3	0,003660 4	1,1	0,003661 5	"
"	39,0	0,003660 4	0,8	0,003661 2	"

11. Azote.

TABLEAU V. — Azote.

	α_p .	α_{100° .	
Chappuis (3).....	-0,434. 10 ⁻³	-	
Holborn et Otto, 1922 (6).....	-0,434	0,266. 10 ⁻³	Piézomètre en verre
Holborn et Otto, 1924 (7).....	-0,455	0,266	Piézomètre en fer
Smith et Taylor (8).....	-0,517	0,174	
Kamerlingh Onnes et van Urk (9).....	-0,410	-	
Verschoyle (10).....	-0,496	-	

(1) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff* (Annalen der Physik, 5^e série, t. II, 1929, p. 1012).

(2) DAVID D. JACOBUS, *loc. cit.*

(3) P. CHAPPUIS, *loc. cit.*

(4) P. HENNING et W. HEUSE, *loc. cit.*

(5) P. CHAPPUIS, *loc. cit.* Nous n'avons pas reproduit la valeur de α_{100° , qui n'est fondée que sur deux données expérimentales.

(6) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen von Stickstoff, Sauerstoff und Helium* (Zeitschrift für Physik, t. X, 1922, p. 367).

(7) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen einiger Gase bis 400° und ihre Bedeutung für das Gasthermometer* (Zeitschrift für Physik, t. XXIII, 1924, p. 77).

(8) LEIGHTON B. SMITH et ROBERT S. TAYLOR, *The equation of state for pure nitrogen, gasphase* (Journal of the American Chemical Society, t. XLV, 1923, p. 2120); *Correction to the equation of state for nitrogen* (Journal of the American Chemical Society, t. XLVIII, 1926, p. 3122). Pour la discussion des différents résultats de ces mesures, voir A. TH. VAN URK, *Metingen over zuurstof, stikstof en hare mengsels by lage temperaturen* (Thèse pour le doctorat, Leiden 1924).

(9) H. KAMERLINGH ONNES et A. TH. VAN URK, *Isotherms of diatomic substances and their binary mixtures. XXVIII. On the isotherms of nitrogen at low temperatures* (Comm. Leiden, n° 469 d, 1924).

(10) T. T. H. VERSCHOYLE, *loc. cit.*

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

	$\alpha_{0^{\circ}}$	$\alpha_{100^{\circ}}$
Bartlett (1).....	$-0,541 \cdot 10^{-3}$	-
Otto (2).....	$-0,4717$	$0,2911 \cdot 10^{-3}$
Baxter et Starkweather (3).....	$-0,401$	-
Otto, Michels et Wouters (4).....	$-0,4525$	$0,278$
Michels, Wouters et de Boer [(5), (6)]...	$-0,4584$	$0,2927$

En prenant la moyenne des valeurs obtenues par Chappuis, par Holborn et Otto, par Kamerlingh Onnes et van Urk, par Verschoyle, par Otto, par Otto, Michels et Wouters et par Michels, Wouters et de Boer, nous obtenons

$$\alpha_{0^{\circ}} = -0,4515 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad \alpha_{100^{\circ}} = 0,279 \cdot 10^{-3};$$

L'équation (1) donne

$$(8) \quad \alpha_A = \alpha_v^{0-100^{\circ}} - 131,3 \cdot 76 p_v \cdot 10^{-9}$$

et l'équation (2)

$$(9) \quad \alpha_A = \alpha_p^{0-100^{\circ}} - 117,9 \cdot 76 p \cdot 10^{-9}$$

TABLEAU VI a. — Coefficients de pression de l'azote.

	$76 p_v$	$\alpha_v^{0-100^{\circ}}$	$\alpha_A - \alpha_v^{0-100^{\circ}}$	α_A	Réservoir.
Chappuis (7).....	100,2	0,0036744	$-13,2 \cdot 10^{-6}$	0,0036612	Pt—Ir
Chappuis et Harker (8).....	79,35	0,0036718	$-10,4$	0,0036614	porcelaine
»	53,3	0,0036685	$-7,0$	0,0036615	»
»	52,9	0,0036681	$-6,95$	0,0036612	»
»	39,2	0,0036677	$-5,2$	0,0036625	»
Day et Clement (9).....	98,5	0,003673	$-12,9$	0,003660	Pt
»	74,4	0,003670	$-9,8$	0,003660	»
»	55,0	0,003668	$-7,2$	0,003661	»
»	31,4	0,003665	$-4,1$	0,003661	»

(1) EDWARD P. BARTLETT, *loc. cit.*

(2) J. OTTO, *loc. cit.*

(3) GREGORY PAUL BAXTER et HOWARD WARNER STARKWEATHER, *The density, compressibility and atomic weight of argon (Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, t. XIV, 1928, p. 50).*

(4) J. OTTO, A. MICHELS et H. WOUTERS, *Ueber Isothermen des Stickstoffes zwischen 0° und 150° bei Drucken bis zu 400 Atmosphären (Physikalische Zeitschrift, t. XXXV, 1934, p. 97).*

(5) A. MICHELS, H. WOUTERS et J. DE BOER, *Isotherms of nitrogen between 0° and 150° and at pressures from 20 to 80 atm. (Physica, t. I, 1934, p. 587).*

(6) Nous n'avons pas reproduit non plus dans le Tableau V les mesures de E. H. Amagat, de E. Moles et J. M. Clavera, de G. Maverick, de T. Batuecas, C. Schlatter et G. Maverick (voir le Tableau XXII de ce Mémoire) et de Edward P. Bartlett, H. L. Cupples et T. H. Tremcarne (voir la note 19 du Tableau XV de ce Mémoire), en raison de leurs résultats divergents.

(7) P. CHAPPUIS, *loc. cit.*

(8) P. CHAPPUIS et J. A. HARKER, *loc. cit.*

(9) ARTHUR L. DAY et J. K. CLEMENT, *Some new measurements with the gas thermometer (American Journal of Science, 4^e série, t. XXVI, 1908, p. 405).* Les auteurs reconnaissent eux-mêmes que la précision de leurs mesures est inférieure à celle obtenue par les autres observateurs.

	76 p ^o .	α_p ^{0-100°}	$\alpha_A - \alpha_p$ ^{0-100°}	α_A	Réservoir.
Henning et Heuse (1).....	110,5	0,0036752	-14,5.10 ⁻⁶	0,0036607	verre 5g ^{III}
»	51,1	0,0036675	- 6,7	0,0036608	»
»	22,0	0,0036626	- 2,9	0,0036597	»
Keyes, Townshend et Young (2)....	65,4	0,0036696	- 8,6	0,0036610	quartz
Chappuis (3).....	56,4	0,0036699	- 7,4	0,0036625	»
»	55,2	0,00366943	- 7,25	0,0036622	»
»	56,2	0,00366959	- 7,38	0,0036622	»
Heuse et Otto (4).....	99,4	0,0036740	-13,05	0,00366095	verre 5g ^{III}
»	72,7	0,0036709	- 9,5	0,0036614	»
»	53,3	0,0036671	- 7,0	0,0036601	»
»	39,0	0,0036673	- 5,1	0,0036622	»

et

TABLEAU VI b. — Coefficients de dilatation de l'azote.

	76 p.	α_p ^{0-100°}	$\alpha_A - \alpha_p$ ^{0-100°}	α_A	Réservoir.
Chappuis (3).....	138,7	0,00367775	-16,35.10 ⁻⁶	0,0036614	Pt-Ir
»	100,2	0,00367315	-11,81	0,00366135	»
Eumorfopoulos (6).....	79,2	0,0036701	- 9,3	0,0036608	quartz
»	41,5	0,00366585	- 4,89	0,0036610	»
Henning et Heuse (1).....	110,5	0,0036742	-13,0	0,0036612	verre 5g ^{III}
»	51,1	0,0036679	- 6,0	0,0036619	»
»	22,0	0,0036630	- 2,6	0,0036604	»
Heuse et Otto (4).....	99,4	0,0036734	-11,7	0,0036617	»
»	72,7	0,0036699	- 8,6	0,0036613	»
»	53,3	0,0036668	- 6,3	0,0036605	»
»	39,0	0,0036664	- 4,6	0,0036618	»

12. Néon.

TABLEAU VII. — Néon.

	α_p ^{0°} .	$\alpha_{100°}$
Crommelin, Palacios et Kamerlingh Onnes (7).....	0,471.10 ⁻³	-
Holborn et Otto (8).....	0,476	0,529.10 ⁻³

(1) F. HENNING et W. HEUSE, *loc. cit.*(2) FREDERICK G. KEYES, BAILEY TOWNSHEND et LOUIS H. YOUNG, *loc. cit.*(3) P. CHAPPUIS, *Détermination de la température d'ébullition du soufre par le thermomètre à azote (Trav. et Mém., t. XVI, 1917).*(4) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff (Annalen der Physik, 5^e série, t. II, 1929, p. 1012).*(5) P. CHAPPUIS, *Nouvelles études sur les thermomètres à gaz (Trav. et Mém., t. XIII, 1909).*(6) N. EUMORFOPOULOS, *The boiling-point of sulphur on the thermo-dynamic scale (Proceedings of the Royal Society of London, série A, t. XC, 1914, p. 189).*(7) C. A. CROMMELIN, J. PALACIOS et H. KAMERLINGH ONNES, *Isothermals of monatomic substances and their binary mixtures. XX. Isothermals of neon from +20°C. to -217°C. (Comm. Leiden, n° 134a, 1919).*(8) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen einiger Gase zwischen +400° und -183° (Zeitschrift für Physik, t. XXXIII, 1925, p. 1).*

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

	α_{100°	β_{100°
Michels et Gibson (1).....	$0,461 \cdot 10^{-3}$	$0,543 \cdot 10^{-3}$
Otto [(2) (3)].....	$0,488$	$0,561$

Si nous prenons la moyenne, savoir

$$\beta_{100^\circ} = 0,474 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad \beta_{100^\circ} = 0,544 \cdot 10^{-3},$$

nous obtenons, à l'aide de l'équation (1),

$$(10) \quad \alpha_A = \alpha_p^{0-100^\circ} - 12,6.76 p_{100^\circ} \cdot 10^{-9}$$

et de l'équation (2)

$$(11) \quad \alpha_A = \alpha_p^{0-100^\circ} + 13,6.76 p \cdot 10^{-9}.$$

Il en résulte :

TABLEAU VIII a. — Coefficients de pression du néon.

	$76 p_{100^\circ}$	$\alpha_p^{0-100^\circ}$	$\alpha_A - \alpha_p^{0-100^\circ}$	α_A	Réservoir.
Heuse (4).....	100,9	0,0036613	$-1,3 \cdot 10^{-6}$	0,0036600	verre 59 ^{III}
»	68,8	0,0036605	-0,9	0,0036596	»
Heuse et Otto (5)....	136,3	0,0036623	-1,9	0,0036604	»

et

TABLEAU VIII b. — Coefficients de dilatation du néon.

	$76 p$	$\alpha_p^{0-100^\circ}$	$\alpha_A - \alpha_p^{0-100^\circ}$	α_A	Réservoir.
Heuse (4).....	100,7	0,0036602	$1,4 \cdot 10^{-6}$	0,0036616	verre 59 ^{III}
»	68,7	0,0036604	0,9	0,0036613	»
Heuse et Otto (5)...	99,45	0,0036601	1,3	0,0036614	»

β . Recherches de α_A par extrapolation jusqu'à la pression zéro d'après des mesures de α_p et de $\alpha_p^{0-100^\circ}$ sous diverses pressions initiales.

13. Nous donnerons dans ce paragraphe un aperçu des recherches d'autres physiciens sur la valeur de α_A d'après la méthode décrite au paragraphe 4b, en y ajoutant quelques calculs sur He, H² et N².

(1) A. MICHELS et R. O. GIBSON, *Isothermenmessungen bei höheren Drucken (Annalen der Physik, 4^e série, t. LXXXVII, 1928, p. 850).*

(2) J. OTTO, *loc. cit.*

(3) Nous n'avons pas reproduit dans le Tableau VII les mesures de F. P. Burt et de Gregory Paul Baxter et Howard Warner Starkweather, en raison de leurs résultats divergents; leurs mémoires sont cités dans la note (12) du Tableau IX et dans la note (3) de la p. 23 de ce Mémoire.

(4) W. HEUSE, *loc. cit.*

(5) W. HEUSE et J. OTTO, *Ueber eine Neubestimmung des Grenzwertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Gasen. II. Neon (Annalen der Physik, 5^e série, t. IV, 1930, p. 778).*



1° Keesom a calculé, d'après les mesures de Chappuis et Harker (1) concernant α_v de l'azote sous diverses pressions initiales,

$$\alpha_\lambda = 0,00366178 \pm 0,00000037.$$

2° Eumorfopoulos (2) a trouvé, d'après des mesures du coefficient de dilatation α_p de l'azote sous deux pressions différentes, $\alpha_\lambda = 0,0036613$.

3° Henning et Heuse (3), puis Heuse seul (4), ont trouvé par leurs mesures de α_v et de α_p sous diverses pressions :

	α_λ .
Pour l'hélium.....	0,0036600.
» l'hydrogène.....	0,0036607.
» l'azote.....	0,0036606.
» le néon.....	0,0036604.

4° Les mesures de α_v de l'hélium, de l'hydrogène et de l'azote et de α_p de l'azote, par différents observateurs dans divers instituts sont assez nombreuses, pour qu'on puisse en déduire par extrapolation jusqu'à la pression nulle la valeur de α_λ . Nous avons trouvé, au moyen de la méthode des moindres carrés, et en employant toutes les observations des Tableaux II a, IV a, VI a et b, à l'exception de celles entre crochets de Chappuis et celles de Day et Clement, et en leur attribuant le même poids (p en centimètres de mercure) :

- (12) Pour l'hélium..... $\alpha_v = 0,0036607 - 0,000000002 p_p$,
 » l'hydrogène.... $\alpha_v = 0,0036606 + 0,000000016 p_p$,
 » l'azote..... $\alpha_v = 0,0036616 + 0,000000128 p_p$,
 (13) Pour l'azote..... $\alpha_p = 0,0036609 + 0,000000122 p$.

On a par conséquent :

Par des coefficients de pression	de l'hélium.....	$\alpha_\lambda = 0,0036607$,
»	de l'hydrogène.....	$\alpha_\lambda = 0,0036606$,
»	de l'azote.....	$\alpha_\lambda = 0,0036616$,
»	de dilatation de l'azote.....	$\alpha_\lambda = 0,0036609$.

(1) P. CHAPPUIS et J. A. HARKER, *loc. cit.* Comparer H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KEESOM, *loc. cit.*, paragraphe 82 b.

(2) N. EUMORFOPOULOS, *loc. cit.* Eumorfopoulos estime toutefois que ses mesures, effectuées sous de faibles pressions, ne présentent pas la même précision que celles faites sous des pressions plus élevées.

(3) F. HENNING et W. HEUSE, *loc. cit.*

(4) W. HEUSE, *loc. cit.* Heuse est conduit pour le néon à $\alpha_v \cdot 10^7 = 36604 + 7 p_p$ et à une formule analogue pour α_p ; il en résulte $\alpha_\lambda = 0,0036604$. Un calcul de α_v et de α_p , à l'aide de ces formules, aux deux pressions mesurées, donne de petites différences avec les valeurs observées (Tableau I, *loc. cit.*). On peut changer, dans les deux formules ci-dessus, les valeurs 36604, de manière à faire disparaître ces différences dans les quatre cas du tableau cité; mais alors on trouve de nouveau 0,0036604 pour la moyenne de α_λ .

Nous avons représenté dans les figures 2, 3, 4 et 5 les diverses valeurs de α_v et α_p et aussi les équations (12) et (13).

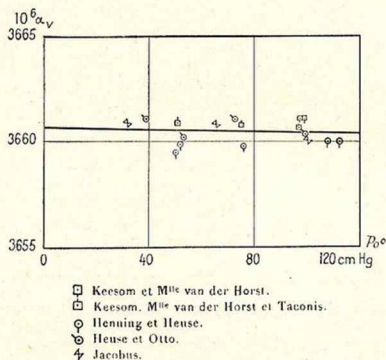


Fig. 2. — Graphique de α_v de l'hélium en fonction de p/c .

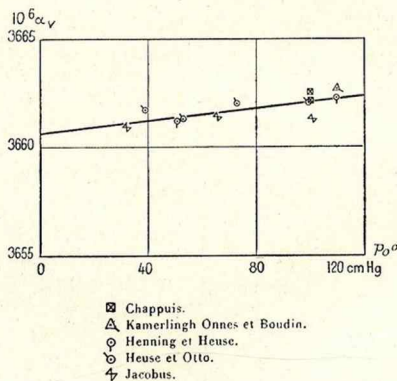


Fig. 3. — Graphique de α_v de l'hydrogène en fonction de p/c .

14. Pour déduire une valeur de α_v résultant de l'ensemble des données expérimentales on se heurte à la difficulté suivante. Une simple réflexion suffit pour se convaincre qu'il ne serait pas logique d'assigner le même poids aux résultats de recherches réparties sur un intervalle de temps tellement étendu et dans lequel la technique de la recherche expérimentale a continuellement progressé. La difficulté est d'assigner aux divers résultats des poids convenables. Comme d'ailleurs nous avons maintenant à notre disposition les

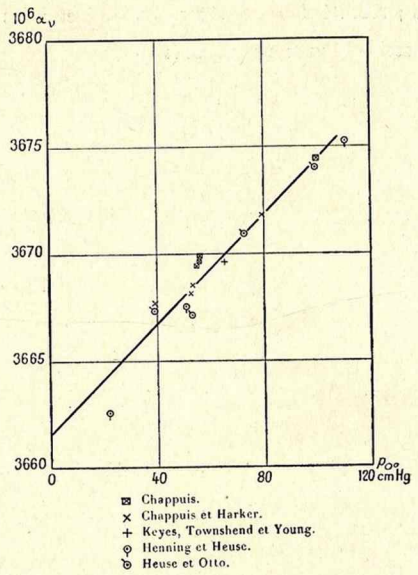


Fig. 4. — Graphique de α_v de l'azote en fonction de p_{O_2} .

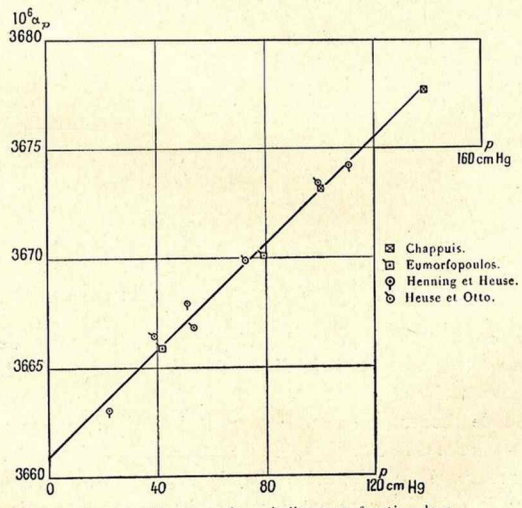


Fig. 5. — Graphique de α_p de l'azote en fonction de p .

résultats de recherches récentes donnant les garanties d'une précision sensiblement accrue, nous préférons accepter, selon le paragraphe 5 β , comme valeur la plus probable, celle résultant des recherches les plus récentes. Toutefois nous signalerons que la moyenne brute de toutes les valeurs enregistrées serait, en donnant à chacune le même poids,

$$\alpha_A = 0,0036610 \quad (1).$$

II. — Échelles des thermomètres normaux à gaz (2).

15. Nous ne considérons que les thermomètres à gaz indiqués dans ce Mémoire comme normaux, c'est-à-dire ceux à volume constant et sous une pression initiale (0°) de 100/76 atmosphère normale. Toutefois, l'échelle d'un thermomètre à gaz à une autre pression initiale, se déduit de celle du thermomètre normal à gaz en considérant que la différence qui existe entre le coefficient de pression fondamental d'un thermomètre à gaz, et le coefficient de température fondamental, est proportionnel à la pression initiale, pour autant que le terme $\frac{c}{v^2}$ dans l'équation caractéristique ne fait pas sentir son action. La même chose peut être affirmée pour les réductions qui doivent être appliquées pour passer de l'échelle de ce thermomètre à gaz à l'échelle Celsius-Avogadro (3).

Nous nous bornerons aux thermomètres normaux à hélium, à hydrogène et

(1) Pour être complets nous devons signaler que J. R. ROEBUCK, *The Joule-Thomson effect in air* (*Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, t. LX, 1925, p. 537) arrive à $\mathfrak{S}_0 = 273^{\circ},15$ K. à la suite de ses mesures sur l'effet Joule-Kelvin de l'air; en comparant ses résultats à ceux d'autres observateurs il trouve $\mathfrak{S}_0 = 273^{\circ},17$ K., d'où résulte $\alpha_A = 0,0036607$. Dans sa discussion du mémoire de Roebuck, FREDERICK G. KRYES, *Note on the Kelvin scale temperature of freezing water* (*Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, t. LXVI, 1931, p. 349), arrive à $\mathfrak{S}_0 = 273^{\circ},155$ K.

(2) H. KAMERLINGH ONNES, *Sur la thermométrie des basses températures* (*Comm. Leiden Suppl. n° 34a*, 1913), considérant le fait que ce qu'on appelle d'ordinaire « l'état normal » d'un gaz se rapporte à une pression de 1^{mm}, a proposé d'appeler le thermomètre à gaz à volume constant possédant une pression initiale (0°) de 100^{mm} de mercure (ou plus exactement de 100/76 atmosphère normale) « thermomètre international ». Dans les *Comm. Leiden* on a dès lors accepté cette terminologie.

Suivant une remarque faite par le Bureau of Standards, et avec laquelle nous sommes d'accord, il est préférable, pour éviter des confusions, de réserver l'adjectif « international » à des expressions qui ont effectivement reçu une sanction d'ordre international. Nous avons donc dénommé dans ce rapport : « thermomètre normal à gaz (hélium, hydrogène, etc.) », ce que dans les *Comm. Leiden* on appelait jusqu'ici « thermomètre international à gaz (hélium, etc.) ». Nous espérons que l'emploi de ce terme n'entraînera pas de confusion avec ce qu'on appelle l'état normal d'un gaz.

(3) Dans l'extrait du projet du premier rapport présenté à la Commission préparatoire de l'Association internationale du Froid pour la thermométrie des basses températures, le rapporteur H. Kamerlingh Onnes a déjà démontré, qu'il est préférable, pour les plus basses températures, de ne rien fixer d'avance sur la pression à 0° du thermomètre à hélium, puisque celle-ci devra être choisie d'autant plus faible que les températures à mesurer sont plus basses. Voir CH.-ÉB. GUILLAUME, *Les récents progrès du Système métrique* (*Trav. et Mém.*, t. XVI, 1917, p. 107).

à azote, ceux-ci étant probablement les seuls dont on fera dorénavant usage dans la pratique; cette même raison nous a conduits à considérer le thermomètre normal à azote seulement pour les températures au-dessus de 0°.

a. L'échelle des thermomètres normaux à gaz de Leiden.

16. En acceptant la valeur, déduite dans le paragraphe 5β pour le coefficient de température fondamental :

$$\alpha_N = 0,0036611,$$

et en admettant les formules (4), (6) et (8), on trouve pour le coefficient de pression fondamental du thermomètre normal :

à hélium :

$$\alpha_{\text{He}} = 0,0036607,$$

à hydrogène :

$$\alpha_{\text{H}^2} = 0,0036622,$$

à azote :

$$\alpha_{\text{N}^2} = 0,0036742.$$

Ces valeurs ⁽¹⁾ déterminent les échelles des thermomètres normaux à gaz précédemment mentionnés.

Nous observons que les valeurs indiquées sont aussi en bon accord avec les résultats obtenus par la méthode du thermomètre différentiel. En effet Cath et Kamerlingh Onnes ont trouvé par cette méthode :

$$\alpha_{\text{H}^2} - \alpha_{\text{He}} = 0,0000014 \text{ (valeur admise } 0,0000015),$$

$$\alpha_{\text{N}^2} - \alpha_{\text{H}^2} = 0,0000117 \text{ (valeur admise } 0,0000120).$$

b. L'échelle des thermomètres normaux à gaz de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt à Charlottenburg.

17. En se basant sur leurs mesures, Henning et Heuse ont établi, en 1921, pour les thermomètres à hélium, à hydrogène et à azote, et Heuse seul, en 1926, pour le thermomètre à néon, les valeurs suivantes des coefficients de pression (p_0 en mètres de mercure) :

$$\text{He, } 10^7 \alpha_p = 36604 - 4p_0,$$

$$\text{H}^2, 10^7 \alpha_p = 36604 + 17p_0,$$

$$\text{N}^2, 10^7 \alpha_p = 36604 + 134p_0,$$

$$\text{Ne, } 10^7 \alpha_p = 36604 + 7p_0,$$

⁽¹⁾ Pour le degré de concordance avec les résultats expérimentaux, individuels et directs, comparer les Tableaux IIa, IVa et VIa.



et, en rapport avec ces valeurs, on devait admettre pour les coefficients de pression, à la Reichsanstalt :

Pour le thermomètre normal à hélium.....	0,0036600,
» hydrogène.....	0,0036621,
» azote.....	0,0036738,
» néon.....	0,0036611.

Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 6, la Reichsanstalt accepte en ce moment la valeur $\alpha_A = 0,0036608$. En y utilisant les valeurs de β_p et β_{100} , de Otto on déduit (p_p en mètres de mercure) :

He,	$10^7 \alpha_p = 36608 - 3 p_p,$
H ² ,	$10^7 \alpha_p = 36608 + 12 p_p,$
N ² ,	$10^7 \alpha_p = 36608 + 137 p_p,$
Ne,	$10^7 \alpha_p = 36608 + 13 p_p,$

donc, pour les thermomètres normaux,

Pour le thermomètre à hélium.....	0,0036605,
» hydrogène.....	0,0036620,
» azote.....	0,0036745,
» néon.....	0,0036621.

III. — La réduction des échelles de température des thermomètres normaux à hélium, à hydrogène et à azote, aux échelles Celsius-Avogadro de ces gaz.

18. La réduction de l'échelle Celsius du thermomètre normal à gaz fondée sur α_n , dans l'échelle Celsius-Avogadro de ce gaz fondée sur α_A , est donnée par l'équation (1)

$$(14) \quad \theta_{Ax} - \theta_{n\alpha} = - \theta \frac{\alpha_A - \alpha_n}{\alpha_A} - \epsilon (\beta - \beta_p) \frac{100}{76},$$

dans laquelle les β sont établis à l'aide de la formule (3).

Cette formule est conforme à l'hypothèse suivant laquelle les valeurs de α_A et de α_n (ou plutôt la différence $\alpha_A - \alpha_n$) auraient été choisies, sans avoir besoin d'être déduites de celles de β convenant au gaz considéré, ou même sans qu'il y ait accord entre ces coefficients et les valeurs de β .

Ainsi on pourrait emprunter $\alpha_A - \alpha_n$ à une série de mesures des valeurs de β par la formule suivante, qui se déduit directement de la formule (1) par

(1) W. H. Keesom et H. Kamerlingh Onnes, *loc. cit.*, p 23. — Voir l'Appendice I de ce Mémoire.



substitution de la valeur $p_0 = \frac{100}{76}$ atm. :

$$(15) \quad \alpha_n = \alpha_A + \frac{1 + 100\alpha_A}{100} \frac{100}{76} (\beta_{100} - \beta_0),$$

et calculer le second terme du membre de droite de l'équation (14) en partant d'une autre série de mesures des valeurs de β , qui peut ne pas concorder avec la première.

Si, au contraire, on emprunte $\alpha_A - \alpha_n$ à la même série de mesures de β , qui servira au calcul du dernier terme, on peut, en combinant les formules (14) et (15), écrire

$$(16) \quad \Theta_{A2} - \Theta_{n2} = \left\{ 3,731 \Theta (\beta_{100} - \beta_0) - \epsilon (\beta - \beta_0) \right\} \frac{100}{76}.$$

Nous préférons toutefois faire usage, dans la suite, de la formule (14), et indiquer nettement la valeur de $\alpha_A - \alpha_n$ qui, avec les valeurs de β du gaz considéré, a servi de base au calcul des réductions thermométriques, afin qu'on sache exactement dans quelles conditions est admise l'application des réductions fournies par les tableaux.

Un changement de α_A , sans changer $\alpha_A - \alpha_n$, ne saurait avoir une influence appréciable sur la valeur du premier terme dans le second membre de (14).

a. Les réductions du thermomètre normal à hélium.

19. Les valeurs de β pour l'hélium. — Après les recherches de Kamerlingh Onnes, plusieurs physiciens se sont occupés de la mesure des isothermes de l'hélium; leurs travaux ont donné de nouvelles valeurs de β au-dessus et au-dessous de 0°. Les différentes valeurs de β , calculées d'après les coefficients inscrits dans l'équation (3), sont rassemblées dans le Tableau IX.

TABLEAU IX (1).

	θ .	$10^3 \beta$.
Holborn et Otto (2).....	400°	0,457
»	300	0,470
»	200	0,493

(1) Dans les Tableaux IX et suivants nous donnons les températures et les valeurs de β , comme nous les avons trouvées dans les Mémoires originaux. Seulement aux deux températures les plus basses de Kamerlingh Onnes et Boks, dans les Tableaux IX et Xb, les grandeurs ont été modifiées, conformément à la valeur nouvelle de $\epsilon_0 = 273^{\circ},14$ K.

(2) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen einiger Gase bis 400° und ihre Bedeutung für das Gasthermometer* (Zeitschrift für Physik, t. XXIII, 1924, p. 77).

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

33

	0.	10°.c.
Wiebe, Gaddy et Heins (2).....	200 ⁰	0,478
Gibby, Tanner et Masson (4).....	175,0	0,487
Tanner et Masson (5).....	174,0	0,487
Gibby, Tanner et Masson (4).....	150,1	0,462
Tanner et Masson (5).....	150,0	0,485
Gibby, Tanner et Masson (4).....	125,2	0,494
Tanner et Masson (5).....	125,0	0,489
Gibby, Tanner et Masson (4).....	100,4	0,486
Kamerlingh Onnes (6).....	100,35	0,493
Tanner et Masson (5).....	100,0	0,498
Wiebe, Gaddy et Heins (2).....	100	0,5044
Holborn et Schultze (7).....	100	0,513
Otto (8).....	100,0	0,5077
Keesom et van Santen (9).....	100	0,4827
Gibby, Tanner et Masson (4).....	75,0	0,502
Tanner et Masson (5).....	75,0	0,501
Gibby, Tanner et Masson (4).....	50,0	0,507
Tanner et Masson (5).....	50,0	0,508
Holborn et Schultze (7).....	50	0,523
Wiebe, Gaddy et Heins (2).....	50	0,510
Gibby, Tanner et Masson (4).....	25,0	0,510
Tanner et Masson (5).....	25,0	0,515
Kamerlingh Onnes (6).....	20	0,498
Keesom et van Santen (9).....	20	0,4989
Boks et Kamerlingh Onnes (10).....	20	0,512
Otto (8).....	0	0,5244
Keesom et van Santen (9).....	0	0,5028
Kamerlingh Onnes (6).....	0	0,512
Holborn et Schultze (7).....	0	0,529
Boks et Kamerlingh Onnes (10).....	0	0,523
Wiebe, Gaddy et Heins (2).....	0	0,5217
Jaquerod et Scheuer (11).....	0	0,60
Baxter et Starkweather (12).....	0	0,000

(2) R. WIEBE, V. L. GADDY et CONRAD HEINS JR., *loc. cit.*

(4) C. W. GIBBY, C. C. TANNER et IRVINE MASSON, *loc. cit.*

(5) C. C. TANNER et IRVINE MASSON, *loc. cit.*

(6) H. KAMERLINGH ONNES, *Isotherms of monatomic gases and their binary mixtures. I. Isotherms of helium between +100° C. and -217° C. (Comm. Leiden, n° 102 a, 1907).*

(7) L. HOLBORN et H. SCHULTZE, *loc. cit.*

(8) J. OTTO, *loc. cit.*

(9) W. H. KEESOM et J. J. M. VAN SANTEN, *loc. cit.*

(10) J. D. A. BOKS et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.* Leurs valeurs de $\beta_A = \alpha \times \beta$, de 20° jusqu'à -183°,34, ont été calculées par G. P. NIJHOFF et W. H. KEESOM, *Isotherms of monatomic substances and their binary mixtures. XXVI. Isotherms of helium at -183°,0 and -201°,5 C., and pressures of 3 to 8 atmospheres (Comm. Leiden, n° 188 b, 1927)*, celles de β entre ces températures par G. P. NIJHOFF, *Metingen van den tweeden viriaalcoëfficiënt van zuurstof, waterstof en helium bij lage temperaturen (Thèse pour le Doctorat, Leiden, 1928).*

(11) ADRIEN JAQUEROD et OTTO SCHEUER, *Sur la compressibilité de différents gaz au-dessous de 1^{atm} et la détermination de leurs poids moléculaires (Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, t. CXL, 1905, p. 1384).*

(12) G. P. BAXTER et H. W. STARKWEATHER, *The density and atomic weight of helium. II. (Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, t. XII, 1926, p. 20).*

	θ.	10 ⁷ .e.
Burt ⁽¹³⁾	0	0,000
Wiebe, Gaddy et Heins ⁽²⁾	— 35	0,530
Boks et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁰⁾	— 37,40	0,556
Holborn et Otto ⁽¹⁴⁾	— 50	0,532
Wiebe, Gaddy et Heins ⁽²⁾	— 70	0,532
Boks et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁰⁾	— 70,30	0,576
Holborn et Otto ⁽¹⁴⁾	— 100	0,531
Nijhoff, Keesom et Iliin ⁽¹⁵⁾	— 103,29	0,589
Kamerlingh Onnes ⁽⁶⁾	— 103,57	0,543
Boks et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁰⁾	— 103,64	0,585
»	— 142,02	0,563
Nijhoff, Keesom et Iliin ⁽¹⁵⁾	— 146,50	0,553
Holborn et Otto ⁽¹⁴⁾	— 150	0,509
Kamerlingh Onnes ⁽⁶⁾	— 182,75	0,532
Holborn et Otto ⁽¹⁴⁾	— 183	0,466
Nijhoff et Keesom ⁽¹⁶⁾	— 183,07	0,480
Boks et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁰⁾	— 183,34	0,563
Nijhoff et Keesom ⁽¹⁶⁾	— 201,52	0,452
Van Agt et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁷⁾	— 203,23	0,392
Holborn et Otto ⁽¹⁸⁾	— 208,0	0,419
Kamerlingh Onnes ⁽⁶⁾	— 216,56	0,464
Penning et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁹⁾	— 216,56	0,469
Nijhoff, Keesom et Iliin ⁽¹⁵⁾	— 224,94	0,335
»	— 235,77	0,216
»	— 249,80	— 0,100
Van Agt et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁷⁾	— 252,54	— 0,056
»	— 252,56	— 0,120
Nijhoff, Keesom et Iliin ⁽¹⁵⁾	— 252,57	— 0,133
Van Agt et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁷⁾	— 252,58	— 0,121
Palacios et Kamerlingh Onnes ⁽²⁰⁾	— 252,61	— 0,099
Boks et Kamerlingh Onnes ⁽¹⁰⁾	— 252,63	0,067

⁽¹³⁾ F. P. BURT, *The compressibility of helium and neon* (Transactions of the Faraday Society, t. VI, 1^{re} partie, 1910, p. 1).

⁽¹⁴⁾ L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen von Helium, Stickstoff und Argon unterhalb 0°* (Zeitschrift für Physik, t. XXX, 1924, p. 320).

⁽¹⁵⁾ G. P. NIJHOFF, W. H. KEESOM et B. ILIIN, *Isotherms of monatomic substances and their binary mixtures. XXVII. Isotherms of helium between —103°,6 and —259°,0 C. and at pressures of 1,5 to 14 atmospheres* (Comm. Leiden, n° 188 c, 1927); de leurs mesures les valeurs de β ont été calculées par G. P. NIJHOFF, *Le deuxième coefficient du viriel de l'hélium et de l'hydrogène* (Comm. Leiden, Suppl. n° 64c, 1928).

⁽¹⁶⁾ G. P. NIJHOFF et W. H. KEESOM, *loc. cit.*

⁽¹⁷⁾ F. P. G. A. J. VAN AGT et H. KAMERLINGH ONNES, *Isotherms of mon-atomic substances and their binary mixtures. XXV. The same of di-atomic substances. XXXI. The compressibility of hydrogen and helium-gas between 90° and 14° K.* (Comm. Leiden, n° 176 b, 1925).

⁽¹⁸⁾ L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen von Helium, Wasserstoff und Neon unterhalb —200°* (Zeitschrift für Physik, t. XXXVIII, 1926, p. 359).

⁽¹⁹⁾ F. M. PENNING et H. KAMERLINGH ONNES, *Isothermes de substances monoatomiques et de leurs mélanges binaires. XXII. Isothermes de l'hélium entre —205° C. et —258° C.* (Comm. Leiden, n° 165 c, 1923).

⁽²⁰⁾ J. PALACIOS et H. KAMERLINGH ONNES, *Isothermes de substances monoatomiques et de leurs mélanges binaires. XXI. Idem, substances diatomiques. XXI. Déterminations d'isothermes de l'hydrogène et de l'hélium à basse température, faites en vue d'examiner si la compressibilité de ces gaz est influencée par les quanta* (Comm. Leiden, n° 164, 1923).

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

	0.	10°.a.
Kamerlingh Onnes (21).....	-252,72	0,040
Holborn et Otto (18).....	-252,8	-0,125
Van Agt et Kamerlingh Onnes (17).....	-254,87	-0,366
Nijhoff, Keesom et Iliin (18).....	-255,85	-0,375
Boks et Kamerlingh Onnes (19).....	-256,04	-0,096
Van Agt et Kamerlingh Onnes (17).....	-256,44	-0,402
Holborn et Otto (18).....	-258,0	-0,606
Boks et Kamerlingh Onnes (19).....	-258,78	-0,269
Kamerlingh Onnes (21).....	-258,82	-0,211
Nijhoff, Keesom et Iliin (18).....	-258,99	-0,659
Kamerlingh Onnes (22).....	-268,8	-3,00
Kamerlingh Onnes et Boks (23).....	-268,91	-3,58
Keesom et Kraak (24).....	-268,92	-3,333
Kamerlingh Onnes et Boks (23).....	-269,43	-4,17
Keesom et Kraak (24).....	-270,05	-4,309
»	-270,56	-5,228

La figure 6 donne les valeurs de $10^3 \cdot \beta$ en fonction de Θ , à l'exception des plus basses températures. Afin de montrer l'allure de ces coefficients aux températures au-dessous de 100°K ., nous avons encore choisi pour la figure 7 les coordonnées $\log \beta$ et $\log \{-10^3(\beta - \beta^*)\}$ avec $10^3 \cdot \beta^* = 0,600$; la dernière valeur est empruntée, par extrapolation, à un graphique établi suivant les coordonnées β et $\frac{1}{\beta^2}$ (1).

(21) H. KAMERLINGH ONNES, *Isotherms of monatomic gases and their binary mixtures. II. Isotherms of helium at -253° C. and -259° C.* (Comm. Leiden, n° 102 c, 1908).

(22) H. KAMERLINGH ONNES, *Further experiments with liquid helium. A. Isotherms of monatomic gases, etc. VIII. Thermal properties of helium* (Comm. Leiden, n° 419 A, 1911).

(23) H. KAMERLINGH ONNES et J. D. A. BOKS, *Further experiments with liquid helium. U. (Isotherms of monatomic substances and their binary mixtures. XXIV). Isotherms of helium at 4°, 2 K. and lower* (Comm. Leiden, n° 170 b, 1924). Les valeurs de β ont été publiées par C. A. CROMMELIN, *Rapport sur l'ensemble des recherches de feu M. le professeur H. Kamerlingh Onnes aux températures de l'hélium liquide* (Comm. Leiden, Suppl. n° 63 b, 1929). Les valeurs données ici, sont un peu différentes de celles de M. Crommelin. Voir pour cela W. H. KEESOM, SOPHUS WEBER et G. NORGGAARD, *New measurements on the vapour pressure curve of liquid helium. I.* (Comm. Leiden, n° 202 b, 1929; en particulier p. 19, note 1) et A. VAN ITTERBEEK, *Le second coefficient du viriel et les chaleurs spécifiques de l'hélium aux températures de l'hélium liquide* (Comm. Leiden, Suppl. n° 70 c, 1932, p. 14). Nous devons signaler encore que van Itterbeek, employant les valeurs de β de Kamerlingh Onnes et Boks et les résultats des mesures de Keesom et van Itterbeek sur la propagation du son dans l'hélium gazeux, a pu calculer dans le Tableau IV de son Mémoire des valeurs de β entre $14^\circ,50$ et $3^\circ,50\text{K}$. Nous reproduisons ici ce tableau :

°K.	10°.a.	°K.	10°.a.
14,50.....	-0,605	6,00.....	-2,461
14,00.....	-0,654	4,50.....	-3,412
12,00.....	-0,887	4,00.....	-3,845
10,00.....	-1,211	3,50.....	-4,350
8,00.....	-1,690		

(24) W. H. KEESOM et H. H. KRAAK, *The compressibility of helium gas between 2°,6 K. and 4°,2 K.* (Comm. Leiden, n° 234 e, 1934).

(1) Nous devons encore attirer l'attention sur le tableau des valeurs de β , calculé pour les températures inférieures à $5^\circ,19\text{K}$. (température critique de l'hélium), publié par J. J. VAN LAAR,

Si l'on compare les résultats des divers observateurs mentionnés dans le Tableau IX, on constate l'existence de différences importantes dans les valeurs de β à une même température. Il serait à désirer qu'on déduisit un tableau de

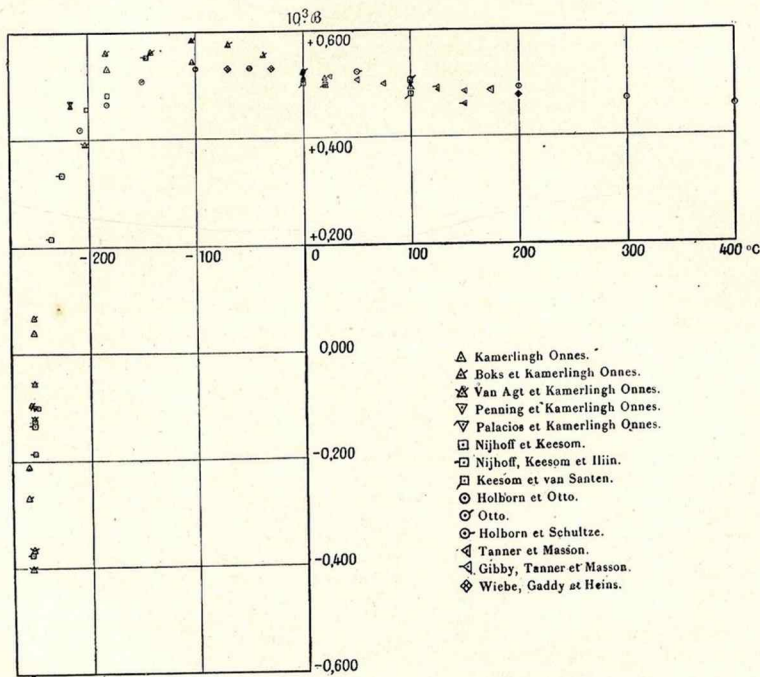


Fig. 6. — Graphique des valeurs de $10^3 \beta$ de l'hélium en fonction de θ , au-dessus de -260°C .
Pour ne pas surcharger le diagramme, on a renoncé à représenter toutes les données du Tableau IX.

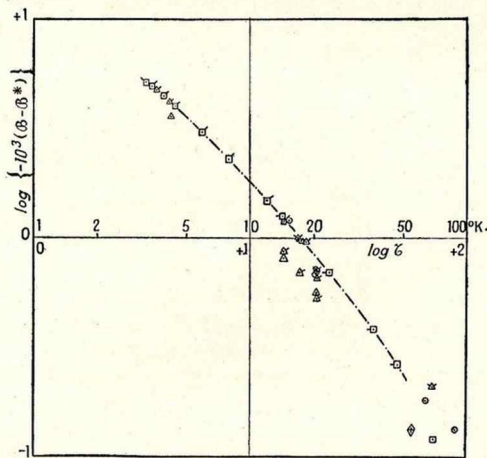
réductions des données de chaque observateur, et qu'on en comparât les résultats entre eux. On peut calculer un tableau de ce genre d'après les mesures de Kamerlingh Onnes, de Holborn et ses collaborateurs, ainsi que de Wiebe, Gaddy et Heins, qui donnent tous β_{0° et β_{100° . Néanmoins, ces tableaux ne seront pas directement comparables, parce qu'ils sont fondés sur différentes valeurs de $\alpha_N - \alpha_{\text{He}}$.

Boks et Kamerlingh Onnes ont mesuré, entre autres, l'isotherme de l'hélium à 0° , ce qui permet de calculer le dernier terme de l'équa-

Over de maximum en minimum dichtheid en verdampingswarmte van helium (Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Verslag van de gewone vergaderingen der Afdeling Natuurkunde, t. XXXV, 1926, p. 991).

tion (14) à l'aide des différences qu'ils ont trouvées pour $\beta - \beta_0$; il est impossible de déduire de leurs mesures le premier terme, parce qu'ils n'ont pas déterminé l'isotherme de l'hélium à 100°, qu'il faut connaître pour trouver la différence $\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}}$.

D'autre part, Gibby, Tanner et Masson n'ont pas déterminé la valeur de β_0 , de sorte que leurs mesures ne permettent pas non plus de composer un tableau de réductions, fondé seulement sur leurs données.



- △ Kamerlingh Onnes.
- △ Boks et Kamerlingh Onnes, ou Kamerlingh Onnes et Boks.
- ▽ Penning et Kamerlingh Onnes.
- ▽ Palacios et Kamerlingh Onnes.
- ★ Van Agt et Kamerlingh Onnes.
- Nijhoff et Keesom.
- Nijhoff, Keesom et Iliin.
- Keesom et Kraak.
- Van Itterbeek.
- Holborn et Otto.

Fig. 7. — Graphique des valeurs de $\log 1 - 10^3(\beta - \beta^*)$ de l'hélium en fonction du logarithme de t pour les températures au-dessous de 100°K. Pour ne pas surcharger le diagramme, on a renoncé à représenter toutes les données du Tableau IX.

Nous voulons traiter dans les paragraphes 20, 21 et 22 les réductions qu'on peut déduire, à l'aide de la formule (14), des mesures exécutées dans les différents laboratoires et instituts.

20. *Les réductions du thermomètre normal à hélium à Leiden.* — Dans l'année 1907 Kamerlingh Onnes (1), employant les résultats de ses mesures

(1) H. KAMERLINGH ONNES, *On the measurement of very low temperatures. XLX. Derivation of the pressure coefficient of helium for the international helium thermometer and the reduction of the readings on the helium thermometer to the absolute scale (Comm. Leiden, n° 1026, 1907).*

d'isothermes de l'hélium, a pu calculer des réductions du thermomètre normal à hélium aux températures -103° , -183° et -216° . La suite de ses mesures lui a fourni des réductions à -252° et -259° ⁽¹⁾. Enfin, en 1922, un tableau donnant les réductions du thermomètre normal à hélium, fondé sur des mesures d'isothermes de Kamerlingh Onnes, a été dressé à Leiden par Cath et Kamerlingh Onnes ⁽²⁾. En raison du caractère des valeurs de β , qui ont servi de base à ce tableau, ils le qualifièrent de *provisoire*; l'échelle ainsi établie, par conséquent, était une échelle Celsius-Avogadro *provisoire*. Cath et Kamerlingh Onnes ont calculé un tableau à l'aide des valeurs $\beta_{0^{\circ}} = 0,499 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^{\circ}} = 0,476 \cdot 10^{-3}$ ⁽³⁾, c'est-à-dire d'après l'équation (1) avec

$$\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}} = 0,41 \cdot 10^{-6}.$$

Puis Keesom et Kamerlingh Onnes ⁽⁴⁾ quoique se basant sur les valeurs de $\beta_{0^{\circ}} = 0,512 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^{\circ}} = 0,493 \cdot 10^{-3}$ de Kamerlingh Onnes, donc sur $\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}} = 0,34 \cdot 10^{-3}$, ont retenu le tableau de Kamerlingh Onnes et Cath. Ce tableau fut accepté aussi dans l'avant-projet de notre mémoire; notre connaissance des valeurs de β ne s'était pas encore tellement élargie à cette époque, que nous eussions besoin de passer à un autre tableau.

Maintenant que nous pouvons disposer des valeurs de $\beta_{0^{\circ}}$ et $\beta_{100^{\circ}}$, de Keesom et van Santen, minutieusement établies, nous voulons nous en servir rigoureusement pour calculer, dans les Tableaux Xa, b et c, le premier terme du second membre de l'équation (14), donc de la valeur

$$\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}} = 0,361 \cdot 10^{-6},$$

même dans le traitement des valeurs de β de Kamerlingh Onnes.

Pour le calcul du deuxième terme de ce membre nous voulons employer chaque fois la valeur de $\beta_{0^{\circ}}$, appartenant à la série des β , qui est traitée. Pour les séries auxquelles le $\beta_{0^{\circ}}$ manque, nous ferons usage du $\beta_{0^{\circ}}$ de Keesom et van Santen, donc de

$$\beta_{0^{\circ}} = 0,5028 \cdot 10^{-3}.$$

Selon le paragraphe 5 β nous avons encore

$$\alpha_A = 0,0036611.$$

⁽¹⁾ H. KAMERLINGH ONNES, *Sur la thermométrie des basses températures* (Comm. Leiden, Suppl. n° 34a, 1913; en particulier p. 17, note 4).

⁽²⁾ P. G. CATH et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 26; réimprimé W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 27.

⁽³⁾ Pour ces valeurs de $\beta_{0^{\circ}}$ et $\beta_{100^{\circ}}$, voir P. G. CATH et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 27, note 1.

⁽⁴⁾ W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

TABLEAU Xa. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036607 du thermomètre normal à hélium, pour $\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}} = 0,361 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de \mathcal{B} de Kamerlingh Onnes.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}}}{\alpha_A}$.	$-\mathcal{B}(\mathcal{B} - \mathcal{B}_0) \frac{100}{76}$.	$\theta_A \alpha - \theta_{\text{HHe}} \alpha$.
100,35.....	-0,0099	0,0093	-0,001
20.....	-0,0020	0,0054	0,003
0.....	0,0000	0,0000	0,000
-103,57.....	0,0102	-0,0069	0,003
-182,75.....	0,0180	-0,0024	0,016
-216,56.....	0,0214	0,0036	0,025
-252,72.....	0,0249	0,0127	0,038
-258,82.....	0,0255	0,0136	0,039
-268,8.....	0,0265	0,0199	0,046

TABLEAU Xb. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036607 du thermomètre normal à hélium, pour $\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}} = 0,361 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de Kamerlingh Onnes et Boks.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}}}{\alpha_A}$.	$-\mathcal{B}(\mathcal{B} - \mathcal{B}_0) \frac{100}{76}$.	$\theta_A \alpha - \theta_{\text{HHe}} \alpha$.
20.....	-0,0020	0,0042	0,002
0.....	0,0000	0,0000	0,000
-37,40.....	0,0037	-0,0102	-0,0065
-70,30.....	0,0069	-0,0141	-0,007
-103,64.....	0,0102	-0,0138	-0,004
-142,02.....	0,0140	-0,0069	-0,007
-183,34.....	0,0181	-0,0047	0,013
-252,63.....	0,0249	0,0123	0,037
-256,04.....	0,0252	0,0139	0,039
-258,78.....	0,0255	0,0149	0,040
-268,91.....	0,0265	0,0231	0,050
-269,43.....	0,0266	0,0232	0,050

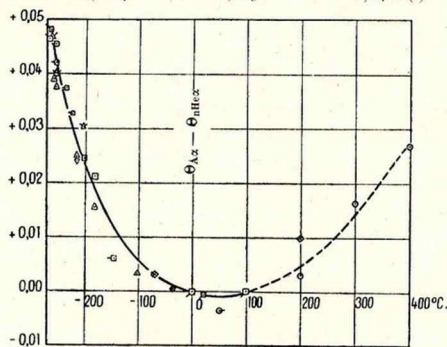
Nous avons réuni dans le Tableau Xc les réductions qui résultent des autres mesures faites à Leiden; ce sont les mesures des observateurs qui n'ont pas déterminé eux-mêmes, à l'exception de Keesom et van Santen, une valeur de \mathcal{B}_0 . Comme nous l'avons dit plus haut, nous avons combiné leurs résultats avec ceux de Keesom et van Santen, notamment avec leur valeur de $\mathcal{B}_0 = 0,5028 \cdot 10^{-3}$.

TABLEAU Xc. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036607 du thermomètre normal à hélium pour $\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}} = 0,361 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de \mathcal{B} d'autres observateurs à Leiden.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{\text{HHe}}}{\alpha_A}$.	$-\mathcal{B}(\mathcal{B} - \mathcal{B}_0) \frac{100}{76}$.	$\theta_A \alpha - \theta_{\text{HHe}} \alpha$.	\mathcal{B} mesuré par
100.....	-0,0099	0,0099	0,000	K. v. S. (1)
20.....	-0,0020	0,0015	-0,0005	K. v. S.
0.....	0,0000	0,0000	0,000	K. v. S.
-103,29.....	0,0102	-0,0193	-0,007	N. K. I.
-146,50.....	0,0144	-0,0084	0,006	N. K. I.
-183,07.....	0,0181	0,0027	0,021	N. K.
-201,52.....	0,0199	0,0048	0,025	N. K.
-203,23.....	0,0200	0,0102	0,030	v. A. K. O.

(1) K. v. S. = Keesom et van Santen; N. K. I. = Nijhoff, Keesom et Iliin; N. K. = Nijhoff et Keesom; v. A. K. O. = van Agt et Kamerlingh Onnes; P. K. O. = Penning et Kamerlingh Onnes; Pa. K. O. = Palacios et Kamerlingh Onnes; v. I. = van Iiterbeek (c'est-à-dire les quatre dernières valeurs de son tableau IV, loc. cit.; voir note 23 du Tableau IX de ce Mémoire); K. K. = Keesom et Kraak.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{\text{alle}}}{\alpha_A}$.	$-\alpha (\alpha - \alpha_{\theta}) \frac{100}{76}$.	$\theta_{Az} - \theta_{\text{alle}z}$.	α mesuré par
-216,56.....	0,0214	0,0025	0,024	P. K. O.
-224,94.....	0,0222	0,01065	0,033	N. K. I.
-235,77.....	0,0232	0,0141	0,037	N. K. I.
-249,80.....	0,0246	0,0185	0,043	N. K. I.
-252,54.....	0,0249	0,01515	0,040	v. A. K. O.
-252,56.....	0,0249	0,01685	0,042	v. A. K. O.
-252,57.....	0,0249	0,0172	0,042	N. K. I.
-252,58.....	0,0249	0,0169	0,042	v. A. K. O.
-252,61.....	0,0249	0,0163	0,041	Pa. K. O.
-254,87.....	0,0251	0,0209	0,046	v. A. K. O.
-255,85.....	0,0252	0,0200	0,045	N. K. I.
-256,44.....	0,0253	0,0199	0,045	v. A. K. O.
-258,99.....	0,0255	0,0216	0,047	N. K. I.
-267,14.....	0,0263	0,0234	0,050	v. I.
-268,64.....	0,0265	0,0232	0,050	v. I.
-268,92.....	0,0265	0,0213	0,048	K. K.
-269,14.....	0,0265	0,0229	0,049	v. I.
-269,64.....	0,0266	0,02235	0,049	v. I.
-270,05.....	0,0266	0,0196	0,046	K. K.
-270,56.....	0,0267	0,0195	0,0465 (1)	K. K.



- △ Kamerlingh Onnes
- ▽ Penning et Kamerlingh Onnes.
- ⋈ Van Agt et Kamerlingh Onnes.
- Nijhoff et Keesom.
- ⊖ Nijhoff, Keesom et Iiin.
- ⊞ Keesom et van Santen.
- ⊠ Keesom et Kraak.
- ⊙ Holborn et Otto.
- ⊕ Holborn et Schultze.
- ⊗ Otto.
- ⊘ Wiebe, Gaddy et Heins.

Fig. 8. — Graphique représentant, pour l'hélium, les valeurs $\theta_{Az} - \theta_{\text{alle}z}$ en fonction de θ . La ligne pleine donne les réductions, adoptées à Leiden, et représentées dans le Tableau XI. La ligne de traits donne les réductions au-dessus de 100°, à l'aide des mesures de Charlottenburg.

Pour ne pas surcharger le diagramme, on a renoncé à représenter toutes les données des Tableaux X, XII et XIV.

(1) L'influence du $c = -65,3 \cdot 10^{-6}$ se fait sentir par un terme additionnel de 0,0003; voir, pour le calcul de ce terme, le paragraphe 31, sous 3°.

La figure 8 donne quelques-unes des réductions les plus importantes du Tableau X; nous y avons porté aussi des réductions des Tableaux XII et XIV, qu'on trouvera plus loin. La réduction à 20° mérite toute confiance, parce qu'elle est basée sur la valeur de β_{20° , déterminée par Keesom et van Santen. D'ailleurs nous nous trouvons autorisés à accepter les réductions représentées par la ligne continue pour les températures comprises entre 0° et -150°. Nous donnerons dans le Tableau XI les réductions que nous considérons comme étant les plus précises; ce tableau est représenté dans la figure 8 par la ligne pleine.

TABLEAU XI. — Tableau normal des réductions à l'échelle Celsius.

Réductions de l'échelle Celsius 0,0036607 du thermomètre normal à hélium pour $\alpha_A - \alpha_{nHe} = 0,361 \cdot 10^{-6}$, au-dessous de 100°, d'après les mesures à Leiden ($\theta_{A2} - \theta_{nHe2}$).

θ .	Réd.	θ .	Réd.	θ .	Réd.
$^\circ$	deg.	$^\circ$	deg.	$^\circ$	deg.
100....	0,000	- 70....	0,003	-180....	0,019
75....	-0,001	- 80....	0,004	-190....	0,021
50....	-0,001	- 90....	0,005	-200....	0,024
25....	-0,001	-100....	0,006	-210....	0,027
0....	0,000	-110....	0,007	-220....	0,030
- 10....	0,000	-120....	0,008	-230....	0,033
- 20....	0,001	-130....	0,009	-240....	0,037
- 30....	0,001	-140....	0,011	-250....	0,041
- 40....	0,002	-150....	0,013	-260....	0,045
- 50....	0,002	-160....	0,015	-270....	0,046
- 60....	0,003	-170....	0,017		

21. *Les réductions du thermomètre normal à hélium à Charlottenburg.* — Déjà dans l'année 1919, Holborn, Scheel et Henning (1) ont publié quelques réductions des thermomètres à gaz, dont une pour le thermomètre à hélium, en se basant encore sur une valeur de $\alpha_A = 0,0036618$. Nous nous abstenons de donner un aperçu historique des tableaux qu'on a publiés depuis et qui avaient été rendus nécessaires par la connaissance plus approfondie des équations d'état des gaz. Nous nous bornerons à calculer, dans le Tableau XII, des réductions à l'aide des mesures faites en Allemagne, en employant les valeurs $\beta_{20^\circ} = 0,5244 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^\circ} = 0,5077 \cdot 10^{-3}$, données par J. Otto (2), d'où une différence $\alpha_A - \alpha_{nHe} = 0,300 \cdot 10^{-6}$, et $\alpha_A = 0,0036608$.

(1) L. HOLBORN, K. SCHEEL et F. HENNING, *Wärmetabellen der Physikal. Technischen Reichsanstalt*, édition Vieweg, Braunschweig 1919.

(2) J. OTTO, *loc. cit.*

TABLEAU XII. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036605 du thermomètre normal à hélium pour $\alpha_A - \alpha_{n\text{He}} = 0,300 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{n\text{He}}}{\alpha_A}$	$-\beta(\theta - \theta_0) \frac{100}{76}$	$\theta_A \alpha - \theta_n \alpha_x$	β mesuré par
400.....	-0,6328	0,0597	0,027	H.O. (1)
300.....	-0,0246	0,0410	0,016	H.O.
200.....	-0,0164	0,0195	0,003	H.O.
100.....	-0,0082	0,0082	0,000	O.
50.....	-0,0041	0,0006	-0,004	H.S.
0.....	0,0000	0,0000	0,000	O.
-50.....	0,0041	-0,0022	0,002	H.O.
-100.....	0,0082	-0,0015	0,007	H.O.
-150.....	0,0123	0,0025	0,015	H.O.
-183.....	0,0150	0,0069	0,022	H.O.
-208,0.....	0,0171	0,0090	0,026	H.O.
-252,8.....	0,0207	0,0173	0,038	H.O.
-258,0.....	0,0211	0,0224	0,044	H.O.

Les réductions de Charlottenburg concordent assez bien avec celles de Leiden. D'ailleurs, les réductions ne sont pas directement comparables, parce que les différences $\alpha_A - \alpha_{n\text{He}}$ de Charlottenburg et de Leiden ne sont pas les mêmes. Pour compléter le Tableau XI, nous donnerons encore dans le Tableau XIII les réductions au-dessus de 100°, pour $\alpha_A - \alpha_{n\text{He}} = 0,300 \cdot 10^{-6}$, donc en nous basant sur les calculs du Tableau XII. Ce Tableau XIII peut servir à compléter le Tableau XI, parce que, à Leiden, on n'a pas fait de mesures au-dessus de 100°; il est représenté dans la figure 8 par la ligne de traits.

TABLEAU XIII. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036605 du thermomètre normal à hélium pour $\alpha_A - \alpha_{n\text{He}} = 0,300 \cdot 10^{-6}$, au-dessus de 100°, d'après les mesures à la Physikalisch-Technische Reichsanstalt ($\theta_A \alpha - \theta_n \alpha_x$) (2).

θ .	Réd.	θ .	Réd.	θ .	Réd.
400.....	0,028	300.....	0,015	200.....	0,005
375.....	0,025	275.....	0,012	175.....	0,003
350.....	0,021	250.....	0,009	150.....	0,002
325.....	0,018	225.....	0,007	125.....	0,001

22. Les réductions du thermomètre normal à hélium au moyen des mesures de Wiebe, Gaddy et Heins. — Enfin, les valeurs de β , mesurées par ces physi-

(1) H.O. = Holborn et Otto; O. = Otto; H.S. = Holborn et Schultze. Nous n'avons pas incorporé dans le Tableau XII les réductions à 100° et 0°, qui résulteraient des mesures de Holborn et Schultze.

(2) Les valeurs des réductions de ce tableau sont inférieures de quelques millièmes à celles, calculées par J. Otto, *loc. cit.*, p. 205.



L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

ciens, permettent de calculer une série de réductions. On a trouvé

$$\beta_{0^{\circ}} = 0,5217 \cdot 10^{-3}, \quad \beta_{100^{\circ}} = 0,5044 \cdot 10^{-3},$$

donc

$$\alpha_A - \alpha_{n\text{He}} = 0,311 \cdot 10^{-6}.$$

Nous avons réuni, dans le Tableau XIV, leurs réductions à l'échelle fondée sur $\alpha_A = 0,0036611$.

TABLEAU XIV. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036608 du thermomètre normal à hélium pour $\alpha_A - \alpha_{n\text{He}} = 0,311 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de Wiebe, Gaddy et Heins.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{n\text{He}}}{\alpha_A}$.	$-\beta(\beta - \beta_{0^{\circ}}) \frac{100}{76}$.	$\Theta_{Ax} - \Theta_{n\text{He}x}$.
200.....	-0,0170	0,0272	0,010
100.....	-0,0085	0,0085	0,000
50.....	-0,0042	0,0048	0,001
0.....	0,0000	0,0000	0,000
-35.....	0,0030	-0,0025	0,001
-70.....	0,0059	-0,0028	0,003

Dans la figure 8, les valeurs de $\Theta_{Ax} - \Theta_{n\text{He}x}$ à -35° et -70° , concordent excellentement avec la ligne qui représente les réductions de Leiden. Nous nous abstenons de dresser un tableau de réductions pour des valeurs entières de la température. Il faut mentionner que la réduction à 200° nous paraît un peu forte.

b. Les réductions du thermomètre normal à hydrogène.

23. Les valeurs de β pour l'hydrogène. — Tout d'abord, nous avons résumé, dans le Tableau XV relatif à l'hydrogène, les valeurs de β trouvées par divers physiciens.

TABLEAU XV.

	θ .	$10^3 \cdot \beta$.
Amagat (1).....	200,25	0,775
Holborn et Otto (2).....	200	0,701
Gibby, Tanner et Masson (3).....	175,0	0,687

(1) E. H. AMAGAT, *Mémoires sur l'élasticité et la dilatabilité des fluides jusqu'aux très hautes pressions (Annales de Chimie et de Physique, 6^e série, t. XXIX, 1893, p. 68)*. Les valeurs de β ont été calculées à l'aide du tableau de la p. 10 de H. KAMERLINGH ONNES, *Expression of the equation of state of gases and liquids by means of series (Comm. Leiden, n° 74, 1901)*.

(2) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen einiger Gase bis 400° und ihre Bedeutung für das Gasthermometer (Zeitschrift für Physik, t. XXIII, 1924, p. 77)*.

(3) C. W. GIBBY, C. G. TANNER et IRVINE MASSON, *loc. cit.*

	ø.	10 ³ .ø.
Tanner et Masson (4).....	174,0	0,710
Gibby, Tanner et Masson (3).....	150,1	0,693
Tanner et Masson (4).....	150,0	0,711
Gibby, Tanner et Masson (3).....	125,2	0,702
Tanner et Masson (4).....	125,0	0,705
Gibby, Tanner et Masson (3).....	100,4	0,693
Kamerlingh Onnes et Braak (5).....	100,20	0,632
Tanner et Masson (4).....	100,0	0,697
Otto (6).....	100	0,6889
Michels, Nijhoff et Gerger (7).....	100	0,697
Nijhoff et Keesom (8).....	100	0,686
Witkowski (9).....	100	0,674
Holborn (10).....	100	0,693
Amagat (1).....	99,25	0,776
Wroblewski (11).....	99,14	1,360
Gibby, Tanner et Masson (3).....	75,0	0,686
Tanner et Masson (4).....	75,0	0,689
Michels, Nijhoff et Gerger (7).....	74,76	0,677
»	53,59	0,651
Gibby, Tanner et Masson (3).....	50,0	0,671
Tanner et Masson (4).....	50,0	0,680
Holborn (10).....	50	0,676
Scott (12).....	25	0,651
Michels, Nijhoff et Gerger (7).....	24,56	0,631
Michels et Gerger (13).....	20	0,600
Nijhoff et Keesom (8).....	20	0,631
Kamerlingh Onnes, Crommelin et M ^{lle} Smid (14).....	20	0,613
Schalkwijk (15).....	20	0,622
Verschoye (16).....	20	0,650
Amagat (1).....	15,4	0,714

(4) C. C. TANNER et IRVINE MASSON, *loc. cit.*

(5) H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *Isotherms of diatomic gases and their binary mixtures. VII. Isotherms of hydrogen between 0° C. and 100° C. (Comm. Leiden, n° 100b, 1907).*

(6) J. OTTO, *loc. cit.*

(7) A. MICHELS, G. P. NIJHOFF et A. J. J. GERGER, *loc. cit.*

(8) G. P. NIJHOFF et W. H. KEESOM, *Isotherms of di-atomic substances and their binary mixtures. XXIV. Isotherms of hydrogen at 0° and 100° C. (Comm. Leiden, n° 188 d, 1927).*

(9) A. W. WITKOWSKI, *loc. cit.*

(10) L. HOLBORN, *loc. cit.*

(11) SIGMUND WROBLEWSKI, *Die Zusammendrückbarkeit des Wasserstoffes (Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Math. Naturw. Classe, t. XCVII, division II a, 1888, p. 132t).*

(12) GORDON A. SCOTT, *The isotherms of hydrogen, carbon monoxide and their mixtures (Proceedings of the Royal Society of London, série A, t. CXXV, 1929, p. 330).*

(13) A. MICHELS et A. J. J. GERGER, *Eine Neubearbeitung der Kohnstamm-Walstraschen Isothermenmessungen (Annalen der Physik, 5^e série, t. XVI, 1933, p. 745).*

(14) H. KAMERLINGH ONNES, C. A. CHROMMELIN et M^{lle} E. I. SMID, *Isotherms of di-atomic substances and their binary mixtures. XVIII. The isothermal of hydrogen at 20° C. from 60 to 100 atmospheres (Comm. Leiden, n° 146 b, 1915).*

(15) J. C. SCHALKWIJK, *loc. cit.*

(16) T. T. H. VERSCHOYLE, *loc. cit.*

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

45

	0.	10 ³ . 0.
Rayleigh (17).....	10,7	0,52
Kamerlingh Onnes et Braak (8).....	0	0,581
Amagat (1).....	0	0,669
Witkowski (9).....	0	0,619
Chappuis (18).....	0	0,579
Holborn (10).....	0	0,620
Nijhoff et Keesom (8).....	0	0,605
Verschoyle (16).....	0	0,626
Bartlett (19).....	0	0,6645
Otto (6).....	0	0,6232
Guye et Batuecas (20).....	0	0,65
Townend et Bhatt (21).....	0	0,653
Wroblewski (11).....	0	1,309
Michels, Nijhoff et Gerger (7).....	0	0,610
Jaquerod et Scheuer (22).....	0	0,52
Holborn et Otto (23).....	-50	0,540
».....	-100	0,408
Wroblewski (11).....	-103,55	0,875
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-103,55	0,394
Witkowski (9).....	-104	0,460
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-139,85	0,229
Holborn et Otto (23).....	-150	0,132
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-164,10	0,018
Wroblewski (11).....	-182,45	0,260
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-182,76	-0,241

(17) LORD RAYLEIGH, *On the compressibility of gases between one atmosphere and half an atmosphere of pressure (Philosophical Transactions of the Royal Society of London, série A, t. CCIV, 1905, p. 351).*

(18) P. CHAPPUIS, *Nouvelles études sur les thermomètres à gaz (Trav. et Mém., t. XIII, 1907). Voir, pour la suppression de la valeur de β_{1000} , p. 20, note (5) de notre Mémoire.*

(19) EDWARD P. BARTLETT, *loc. cit.* On peut citer encore les publications de EDWARD P. BARTLETT, H. L. CUPPLES et T. H. TREMEARNE, *The compressibility isotherms of hydrogen, nitrogen and a 3:1 mixture of these gases at temperatures between 0 and 400° and at pressures to 1000 atmospheres (Journal of the American Chemical Society, t. L, 1928, p. 1275)* et de EDWARD P. BARTLETT, HARRY C. HETHERINGTON, HAMLIN M. KVALNES et THOMAS H. TREMEARNE, *The compressibility isotherms of hydrogen, nitrogen and a mixture of these gases at temperatures of -70, -50, -25 and 20° and at pressures to 1000 atmospheres (Journal of the American Chemical Society, t. LII, 1930, p. 1363).* Les auteurs eux-mêmes n'ont pas calculé les valeurs de β de leurs isothermes, et, d'après un examen superficiel de notre part, quelques-unes d'entre elles ont encore besoin d'être contrôlées.

(20) PH. A. GUYE et T. BATUECAS, *Sur la compressibilité à 0° et au-dessous de 1 atmosphère et l'écart à la loi d'Avogadro de plusieurs gaz. I. (Journal de Chimie physique, t. XX, 1923, p. 308).*

(21) D. T. A. TOWNEND et L. A. BHATT, *loc. cit.*

(22) ADRIEN JAQUEROD et OTTO SCHEUER, *loc. cit.*

(23) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen einiger Gase zwischen +400° und -183° (Zeitschrift für Physik, t. XXXIII, 1925, p. 1).*

(24) H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *Isotherms of diatomic gases and their binary mixtures. VI. Isotherms of hydrogen between -104°C. and -217°C. (Comm. Leiden, n° 100 a, 1907). Voir, pour les températures de KAMERLINGH ONNES et BRAAK, qui sont un peu différentes, dans notre Mémoire, de celles du Mémoire original, H. KAMERLINGH ONNES et F. M. PENNING, Isothermes de substances diatomiques et de leurs mélanges binaires. XXIII. Isothermes de l'hydrogène entre -104°C. et -244°C. (Comm. Leiden, n° 165 b, 1923).*

	0.	10°.c.
Van Agt et Kamerlingh Onnes (25).....	-182,86	-0,364
Witkowski (9).....	-183	-0,134
Holborn et Otto (23).....	-183	-0,247
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-195,21	-0,432
Van Agt et Kamerlingh Onnes (25).....	-203,23	-0,759
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-204,63	-0,692
Holborn et Otto (26).....	-207,9	-0,819
Kamerlingh Onnes et Braak (24).....	-212,74	-1,009
» ».....	-217,33	-1,203
Kamerlingh Onnes et Penning (27) [et aussi Crommelin et Swallow (28)].....	-217,33	-1,118
Crommelin et Swallow (28).....	-225,36	-1,549
Nijhoff et Keesom (29).....	-225,54	-1,540
Crommelin et Swallow (28).....	-231,40	-2,021
Nijhoff et Keesom (29).....	-231,52	-2,031
Crommelin et Swallow (28).....	-236,31	-2,504
Nijhoff et Keesom (29).....	-236,56	-2,544
Crommelin et Swallow (28).....	-238,29	-2,694
» ».....	-239,91	-2,961
Nijhoff et Keesom (29).....	-241,84	-3,410
» ».....	-248,32	-4,843
Kamerlingh Onnes et de Haas (30).....	-252,50	-6,41
Van Agt et Kamerlingh Onnes [(25) (31)].....	-252,54	-6,25
» ».....	-252,56	-6,31
Palacios et Kamerlingh Onnes (32).....	-252,61	-6,34

(25) F. P. G. A. J. VAN AGT et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

(26) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen von Helium, Wasserstoff und Neon unterhalb -200°* (*Zeitschrift für Physik*, t. XXXVIII, 1926, p. 359).

(27) H. KAMERLINGH ONNES et F. M. PENNING, *loc. cit.*

(28) C. A. CROMMELIN et J. C. SWALLOW, *Isotherms of di-atomic substances and their binary mixtures. XXX. On the isotherms of hydrogen from -217°C. to -240°C. at pressures up to 60 atmospheres* (*Comm. Leiden*, n° 172 a, 1924).

(29) G. P. NIJHOFF et W. H. KEESOM, *Isotherms of di-atomic substances and their binary mixtures. XXXV. Isotherms of hydrogen at temperatures of -225°, 5 to -248°, 3C. and pressures of 1,6 to 4,2 atmospheres* (*Comm. Leiden*, n° 188 c, 1928).

(30) H. KAMERLINGH ONNES et W. J. DE HAAS, *Isotherms of diatomic substances and their binary mixtures. XII. The compressibility of hydrogen vapour at, and below, the boiling-point* (*Comm. Leiden*, n° 127 c, 1912).

(31) A. VAN ITTERBEEK et W. H. KEESOM, *Measurements about the velocity of sound in hydrogen gas at liquid hydrogen temperatures* (*Comm. Leiden*, n° 216 c, 1931), en se basant sur les valeurs de β de van Agt et Kamerlingh Onnes et sur des données, résultant de leurs mesures de la vitesse du son dans l'hydrogène gazeux, ont établi la formule

$$10^3 \cdot \beta = 8,780 - 539,60 \beta^{-1} + 7,237 \cdot 10^2 \beta^{-2} - 5,163 \cdot 10^4 \beta^{-3},$$

qui représente assez bien les résultats expérimentaux entre 20°,5 et 14°,5 K., et dont ils ont déduit le tableau suivant (*loc. cit.*, Tableau V) :

°*K.	10°.c.	°*K.	10°.c.
21.....	- 6,08	17.....	- 8,43
20.....	- 6,56	16.....	- 9,28
19.....	- 7,10	15.....	-10,33
18.....	- 7,71		

(32) J. PALACIOS et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

L'ÉCHELLE DES THERMOMÈTRES A GAZ.

	θ .	$10^3 \cdot \beta$.
Sackur ⁽³³⁾	-252,7	- 5,84
Van Agt et Kamerlingh Onnes ⁽²⁵⁾	-254,93	- 7,60
Kamerlingh Onnes et de Haas ⁽³⁰⁾	-255,32	- 7,6
Van Agt et Kamerlingh Onnes ⁽²⁵⁾	-256,44	- 8,65
Kamerlingh Onnes et de Haas ⁽³⁰⁾	-257,10	-11,0
Van Agt et Kamerlingh Onnes ⁽²⁵⁾	-257,45	- 9,67
»	»	-10,95

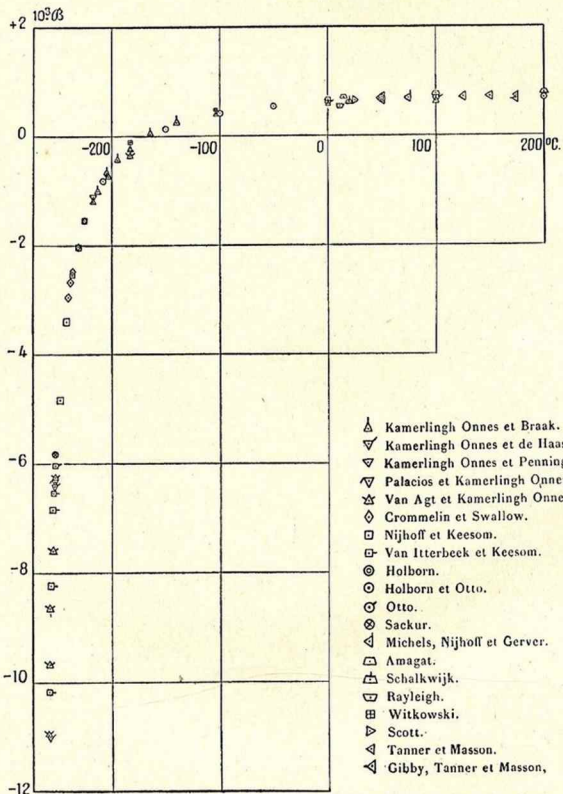


Fig. 9. — Graphique des valeurs de $10^3 \cdot \beta$ de l'hydrogène en fonction de θ .
 Pour ne pas surcharger le diagramme, on a renoncé à représenter toutes les données du Tableau XV.

Dans la figure 9, les valeurs de $10^3 \cdot \beta$ sont représentées en fonction de θ , et,

⁽³³⁾ O. SACKUR, *Die Zustandsgleichung der Gase bei tiefen Temperaturen* (Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft, t. XLVII, 1914, p. 1318); comparer les calculs concernant les résultats de SACKUR, faits par J. PALACIOS et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 6, note 1.

comme pour l'hélium, dans la figure 10, nous avons donné un graphique, pour les températures au-dessous de 200°K., avec les coordonnées $\log \zeta$ et

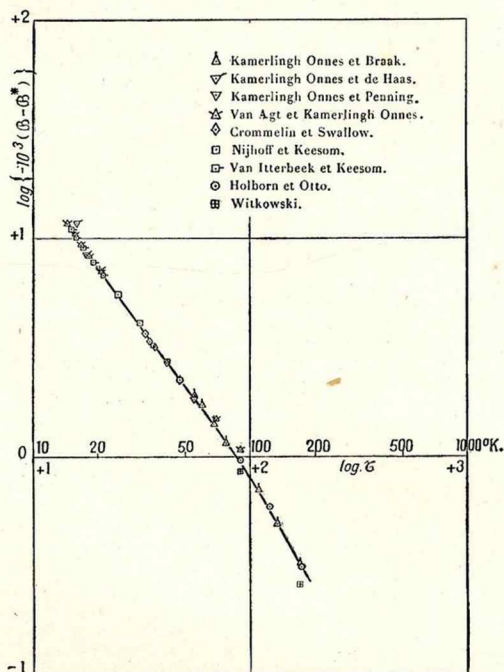


Fig. 10. — Graphique des valeurs de $\log \{-10^3(\alpha - \alpha^*)\}$ de l'hydrogène en fonction du logarithme de ζ , au-dessous de 200°K.

Pour ne pas surcharger le diagramme, on a renoncé à représenter toutes les données du Tableau XV.

$\log \{-10^3(\alpha - \alpha^*)\}$, en posant $10^3 \cdot \alpha^* = 0,720$; la dernière valeur a été trouvée par la méthode employée déjà pour $10^3 \cdot \alpha^*$ dans le cas de l'hélium.

24. *Les réductions du thermomètre normal à hydrogène à Leiden.* — Il suffira de mentionner ici les contributions des divers physiciens à l'établissement d'un tableau de réductions. Les premières, au moyen de valeurs de α mesurées, ont été publiées par Kamerlingh Onnes et Braak ⁽¹⁾, au cours de

⁽¹⁾ H. KAMERLINGH ONNES et C. BRAAK, *On the measurement of very low temperatures. XVIII. The determination of the absolute zero according to the hydrogen thermometer of constant volume and the reduction of the readings on the normal hydrogen thermometer to the absolute scale* (Comm. Leiden, n° 101 b, 1907).

l'année 1907; ces réductions, allant jusqu'à une température de -217° environ, ont été poussées jusqu'à -257° par Kamerlingh Onnes et de Haas⁽¹⁾. En 1922, Cath et Kamerlingh Onnes⁽²⁾, ont publié un tableau de réductions à une échelle qu'ils qualifièrent encore de provisoire; ce tableau contient encore des réductions pour les thermomètres normaux à azote, à oxygène, à néon et à argon. Enfin, Keesom et Kamerlingh Onnes⁽³⁾, employant la différence $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -0,96 \cdot 10^{-6}$, la valeur $\alpha_{100^{\circ}} = 0,581 \cdot 10^{-3}$ de Kamerlingh Onnes et Braak, et les autres valeurs de α déterminées avant l'année 1924⁽⁴⁾ à Leiden, ont établi un nouveau tableau.

Passant au tableau, qui a paru dans l'avant-projet du présent Mémoire, nous voulons, avant de calculer un tableau de réductions pour le thermomètre normal à hydrogène, définir encore une fois les données qui lui serviront de base.

Supposons d'abord que l'on désire réduire les indications du thermomètre normal à hydrogène à son échelle Celsius-Avogadro fondée sur $\alpha_A = 0,0036611$.

En partant de ce nombre, on peut employer pour ces réductions à Leiden :

1° les valeurs $\alpha_{0^{\circ}} = 0,581 \cdot 10^{-3}$ et $\alpha_{100^{\circ}} = 0,632 \cdot 10^{-3}$ de Kamerlingh Onnes et Braak, donnant $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -0,92 \cdot 10^{-6}$;

2° ou les valeurs $\alpha_{0^{\circ}} = 0,605 \cdot 10^{-3}$ et $\alpha_{100^{\circ}} = 0,686 \cdot 10^{-3}$ de Nijhoff et Keesom, donnant $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,46 \cdot 10^{-6}$;

3° ou les valeurs $\alpha_{0^{\circ}} = 0,618 \cdot 10^{-3}$ et $\alpha_{100^{\circ}} = 0,681 \cdot 10^{-3}$, trouvées comme moyennes générales au paragraphe 10, donnant $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,13 \cdot 10^{-6}$.

On voit par là que les réductions résultant des données des divers observateurs ne sont pas directement comparables; répétons encore que le choix d'une autre valeur de α_A ne donnera pas un changement appréciable dans la valeur du premier terme du second membre de l'équation (14).

Quant au choix de la différence $\alpha_A - \alpha_{nH^2}$, des trois valeurs, données dans 1°, 2° et 3°, on a admis au paragraphe 16 comme coefficient de pression fondamental du thermomètre normal à hydrogène, pour Leiden, $\alpha_{nH^2} = 0,0036622$, en appliquant la différence donnée dans 3°. Donc pour nos calculs de réductions de ce thermomètre, il nous faut conserver cette différence, savoir $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,13 \cdot 10^{-6}$, dans le premier terme du second membre de l'équation (14).

Pour trouver le second terme du second membre de cette équation il serait désirable de combiner la série d'isothermes du même observateur avec la

(1) H. KAMERLINGH ONNES et W. J. DE HAAS, *loc. cit.*

(2) P. G. CATH et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 26.

(3) W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*

(4) Notamment celles de H. Kamerlingh Onnes et C. Braak, de H. Kamerlingh Onnes et W. J. de Haas, de J. Palacios et H. Kamerlingh Onnes et de F. P. G. A. J. van Agt et H. Kamerlingh Onnes, toutes données dans le Tableau XV.

valeur de α_p , trouvée par celui-ci. Pour l'hydrogène, cette condition n'est satisfaite que d'une manière insuffisante. A côté de la série de Kamerlingh Onnes et Braak, on peut encore déduire un pareil tableau de la série de Nijhoff et Keesom. Leurs réductions sont données dans les Tableaux XVI a et b.

TABLEAU XVI a. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036622 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{0H^2} = -1,13 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de Kamerlingh Onnes et Braak (1).

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{0H^2}}{\alpha_A}$.	$-\mathfrak{C}(\beta - \beta_0) \frac{100}{76}$.	$\theta_{Ax} - \theta_{0H^2} \alpha$.
100,20.....	0,6309	-0,0251	0,006
0.....	0,0000	0,0000	0,000
-103,55.....	-0,6320	0,0417	0,010
-139,85.....	-0,6432	0,0617	0,018
-164,10.....	-0,6506	0,0807	0,030
-182,76.....	-0,6564	0,0977	0,041
-195,21.....	-0,6603	0,1038	0,043
-204,63.....	-0,6632	0,1147	0,051
-212,74.....	-0,6657	0,1263	0,060
-217,33.....	-0,6671	0,1309	0,064

TABLEAU XVI b. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036622 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{0H^2} = -1,13 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de Nijhoff et Keesom.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{0H^2}}{\alpha_A}$.	$-\mathfrak{C}(\beta - \beta_0) \frac{100}{76}$.	$\theta_{Ax} - \theta_{0H^2} \alpha$.
100.....	0,0309	-0,0398	-0,009
20.....	0,0662	-0,0100	-0,004
0.....	0,0000	0,0000	0,000
-225,54.....	-0,0696	0,1342	0,064
-231,52.....	-0,0715	0,1442	0,072
-236,56.....	-0,0730	0,1514	0,078
-241,84.....	-0,0746	0,1651	0,090
-248,32.....	-0,0766	0,1776	0,100

Pour ce qui est des autres observateurs de Leiden, nous remarquons qu'aucun d'eux n'a donné une série de valeurs de β permettant de calculer le terme $\mathfrak{C}(\beta - \beta_0) \frac{100}{76}$. Il manque notamment à ces séries la mesure de β_0 . Il faut donc, pour le Tableau XVI c, combiner les valeurs individuelles de β , obtenues par ces physiciens, avec la valeur de β_0 , déduite d'une autre série

(1) En raison de notre connaissance imparfaite des valeurs de β , la quatrième décimale dans les tableaux suivants, n'a pas d'autre signification, dans beaucoup de cas, que d'être introduite dans le cours des calculs. Dans les Tableaux XVI a et XVI b, les \mathfrak{C} font sentir leur influence dans la quatrième décimale. Pour cette raison il y a ici quelquefois une petite différence entre le résultat final, $\theta_{Ax} - \theta_{0H^2} \alpha$, et celui de la somme des nombres correspondants de la deuxième et de la troisième colonne; voir, pour les calculs, le Tableau XVI c où l'influence se manifeste encore plus fortement.

de mesures. Nous choisirons pour cela la valeur moyenne de $\alpha_0 = 0,618 \cdot 10^{-3}$, calculée au paragraphe 10.

TABLEAU XVIc. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036622 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{NH^2} = -1,13 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de α d'autres observateurs à Leiden (1).

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{NH^2}}{\alpha_A}$.	$-\frac{\alpha(\alpha - \alpha_0)}{100} \times \frac{100}{76}$.	$-\frac{\alpha}{100} \left\{ \frac{c - c_0}{\alpha_0 \alpha + \alpha_0^2} \right\} \times \left(\frac{100}{76} \right)^2$.	$\theta_{A2} - \theta_{NH^2}$.	α mesuré par
20.....	0,0062	-0,0193		-0,013	K. O. C. S. (2)
20.....	0,0062	-0,0016		0,005	Sch.
-182,86...	-0,0564	0,1167	-0,0002	0,069	v. A. K. O.
-203,23...	-0,0627	0,1267	-0,0002	0,064	v. A. K. O.
-217,33...	-0,0671	0,1275	-0,0002	0,060	K. O. Pe., C. Sw.
-225,36...	-0,0696	0,1362	-0,0002	0,066	C. Sw.
-231,40...	-0,0714	0,1449	-0,0003	0,073	C. Sw.
-236,31...	-0,0729	0,1513	-0,0003	0,078	C. Sw.
-238,29...	-0,0735	0,1519	-0,0003	0,078	C. Sw.
-239,91...	-0,0740	0,1565	-0,0004	0,082	C. Sw.
-252,14...	-0,0778	0,1851	-0,0010	0,106	v. I. K.
-252,50...	-0,0779	0,1909	-0,0010	0,112	K. O. H.
-252,54...	-0,0779	0,1862	-0,0010	0,107	v. A. K. O.
-252,56...	-0,0780	0,1876	-0,0010	0,109	v. A. K. O.
-252,61...	-0,0780	0,1880	-0,0010	0,109	Pa. K. O.
-253,14...	-0,0781	0,1889	-0,0011	0,110	v. I. K.
-254,14...	-0,0784	0,1930	-0,0013	0,113	v. I. K.
-254,93...	-0,0787	0,1969	-0,0015	0,117	v. A. K. O.
-255,14...	-0,0787	0,1972	-0,0015	0,117	v. I. K.
-255,32...	-0,0788	0,1927	-0,0016	0,112	K. O. H.
-256,14...	-0,0791	0,2024	-0,0018	0,122	v. I. K.
-256,44...	-0,0792	0,2037	-0,0020	0,123	v. A. K. O.
-257,10...	-0,0794	0,2152	-0,0023	0,164	K. O. H.
-257,14...	-0,0794	0,2084	-0,0022	0,127	v. I. K.
-257,45...	-0,0795	0,2124	-0,0024	0,131	v. A. K. O.
-258,14...	-0,0797	0,2161	-0,0028	0,134	v. I. K.
-258,59...	-0,0798	0,2215	-0,0032	0,139	v. A. K. O.

La figure 11 représente les différentes réductions; la concordance des résultats des Tableaux XVI a, b et c est assez bonne; nous en avons déduit le Tableau XVII, contenant les réductions de l'échelle Celsius du thermomètre normal à hydrogène fondée sur $\alpha_{NH^2} = 0,0036622$, maintenant adoptées à Leiden.

(1) L'influence des C se fait sentir ici, aux températures plus basses, dans la troisième décimale. Les valeurs de C n'étant pas ou mal connues, nous avons employé les valeurs calculées à l'aide de l'équation moyenne empirique réduite, donnée par H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KEESOM, *loc. cit.*, p. 116. Voir, pour l'expression, à l'aide de laquelle la quatrième colonne a été calculée, le paragraphe 31, sous 3°. Nous avons pris $C_0 = 0,565 \cdot 10^{-6}$ selon Nijhoff et Keesom.

(2) K. O. C. S. = Kamerlingh Onnes, Crommelin et M^{lle} Smid; Sch. = Schalkwijk; v. A. K. O. = van Agt et Kamerlingh Onnes; K. O. Pe. = Kamerlingh Onnes et Penning; C. Sw. = Crommelin et Swallow; v. I. K. = van Itterbeek et Keesom; K. O. H. = Kamerlingh Onnes et de Haas; Pa. K. O. = Palacios et Kamerlingh Onnes.

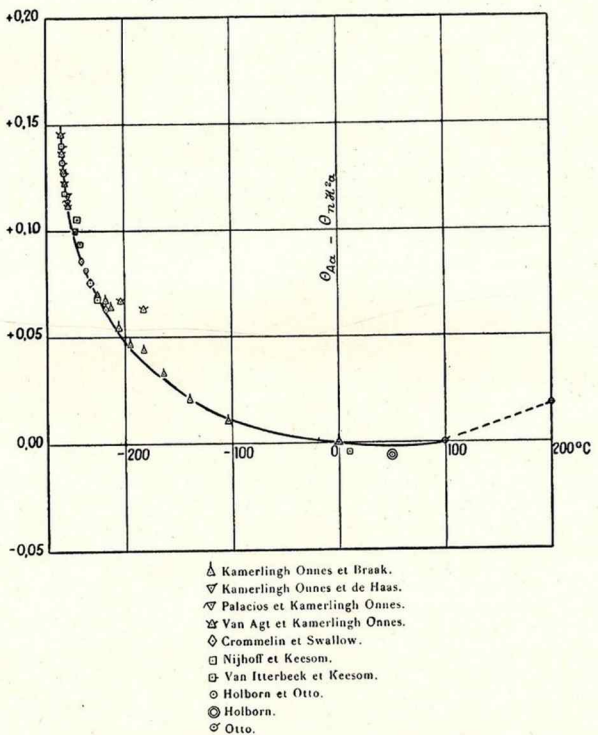


Fig. 11. — Graphique représentant, pour l'hydrogène, les valeurs de $\theta_{A\alpha} - \theta_{H\beta\alpha}$ en fonction de θ . La ligne pleine donne les réductions, adoptées à Leiden, et représentées dans le Tableau XVII. La ligne de traits donne les réductions au-dessus de 100°, à l'aide de mesures de Charlottenburg. Pour ne pas surcharger le diagramme, on a renoncé à représenter toutes les données des Tableaux XVI, XVIII, XX et XXI.

TABLEAU XVII. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036622 du thermomètre normal à l'hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{H\beta} = -1,13 \cdot 10^{-6}$, au-dessus de 100°, d'après les mesures à Leiden ($\theta_{A\alpha} - \theta_{H\beta\alpha}$).

θ .	Réd.	θ .	Réd.	θ .	Réd.
°	deg.	°	deg.	°	deg.
100	0,000	- 70	0,004	- 170	0,030
75	-0,001	- 80	0,005	- 180	0,035
50	-0,003	- 90	0,007	- 190	0,040
25	-0,001	- 100	0,009	- 200	0,046
0	0,000	- 110	0,011	- 210	0,053
- 10	0,000	- 120	0,013	- 220	0,062
- 20	0,001	- 130	0,016	- 230	0,072
- 30	0,001	- 140	0,019	- 240	0,083
- 40	0,002	- 150	0,022	- 250	0,100
- 50	0,002	- 160	0,026	- 255	0,115
- 60	0,003				

25. *Les réductions du thermomètre normal à hydrogène à Charlottenburg.*
Nous passerons sous silence l'histoire spéciale de ces réductions à la Physikalisch-Technische Reichsanstalt. Selon le paragraphe 17, l'échelle du thermomètre normal à hydrogène de cet Institut, fondée sur $\alpha_{nH^2} = 0,0036620$, est réduite à son échelle Celsius-Avogadro, fondée sur $0,0036608$, à l'aide des valeurs de $\beta_0 = 0,6232 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100} = 0,6889 \cdot 10^{-3}$ de Otto (1), donc à l'aide de $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,181 \cdot 10^{-6}$. Les calculs sont donnés dans le Tableau XVIII.

TABLEAU XVIII. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036620 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,181 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{nH^2}}{\alpha_A}$	$-\beta(\beta - \beta_0) \frac{100}{75}$	$\theta_{Az} - \theta_{nH^2z}$.	θ mesuré par
0				
200.....	0,0645	-0,0482	0,016	H. O. (2)
100.....	0,0322	-0,0322	0,000	O.
50.....	0,0161	-0,0225	-0,006	H.
0.....	0,0000	0,0000	0,000	O.
-50.....	-0,0161	0,0244	0,008	H. O.
-100.....	-0,0322	0,0490	0,017	H. O.
-150.....	-0,0483	0,0796	0,031	H. O.
-183.....	-0,0590	0,1032	0,044	H. O.
-207,9.....	-0,0671	0,1238	0,057	H. O.

En interpolant on obtient, au-dessus de 0°, les nombres du Tableau XIX; une partie de ce tableau peut servir à compléter le Tableau XVII pour les températures au-dessus de 100°.

TABLEAU XIX. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036620 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,181 \cdot 10^{-6}$, au-dessus de 0°, d'après les mesures à la Physikalisch-Technische Reichsanstalt ($\theta_{Az} - \theta_{nH^2z}$) [(3), (4)].

θ .	Réd.	θ .	Réd.
	deg.		deg.
200.....	0,016	100.....	0,000
175.....	0,011	75.....	-0,004
150.....	0,007	50.....	-0,006
125.....	0,003	25.....	-0,004
		0.....	0,000

(1) J. OTTO, *loc. cit.*

(2) H. O. = Holborn et Otto; O. = Otto; H. = Holborn.

(3) Les valeurs des réductions de ce tableau sont égales, à un millième de degré près, à celles calculées par J. Otto, *loc. cit.*, p. 205.

(4) Voir, pour la discussion des calculs sur les réductions du thermomètre normal à hydrogène, faits antérieurement aux mesures d'isothermes de l'hydrogène à Charlottenburg et à Leiden, l'Appendice II de ce Mémoire.



Nous avons représenté dans la figure 11 les réductions au-dessus de 100°, par une ligne de traits.

26. La lecture du Tableau XV nous apprend que, indépendamment des travaux effectués à Leiden et à Charlottenburg, successivement Wroblewski, Amagat, Witkowski et en collaboration Michels, Nijhoff et Gerger, ont opéré à 0° et à 100°, en sorte qu'il serait possible de calculer encore quatre tableaux indépendants de réductions.

Les valeurs de Wroblewski pour $\beta_{0^\circ} = 0,875 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^\circ} = 1,360 \cdot 10^{-3}$ diffèrent tellement de celles des mêmes coefficients trouvées par d'autres expérimentateurs, que nous ne pouvons leur attribuer qu'un sens historique.

De même, les valeurs d'Amagat, notamment $\beta_{0^\circ} = 0,669 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^\circ} = 0,776 \cdot 10^{-3}$, conduiraient, selon la formule (1), à une différence $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,96 \cdot 10^{-6}$, tellement considérable par rapport aux échelles de Charlottenburg et Leiden, qu'il est superflu de calculer des réductions fondées sur cette différence, et de les comparer aux autres échelles de température.

Les valeurs de Witkowski, savoir $\beta_{0^\circ} = 0,619 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^\circ} = 0,674 \cdot 10^{-3}$, conduisent à un tableau de réductions, fondé sur $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -0,99 \cdot 10^{-6}$. Nous y avons calculé le Tableau XX encore au moyen des autres valeurs de β de Witkowski et de $\alpha_A = 0,003661$.

TABLEAU XX. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036621 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -0,99 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de Witkowski.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{nH^2}}{\alpha_A}$.	$-\beta(\beta - \beta_{100^\circ}) \frac{100}{76}$.	$\theta_{AZ} - \theta_{nH^2}$.
0			
100.....	0,0271	-0,0271	0,000
0.....	0,0000	0,0000	0,000
-104.....	-0,0284	0,0354	0,007
-183.....	-0,0499	0,0892	0,039

Enfin, Michels, Nijhoff et Gerger doivent réduire leur échelle du thermomètre normal à hydrogène avec la différence $\alpha_A - \alpha_{nH^2} = -1,56 \cdot 10^{-6}$, tirée de $\beta_{0^\circ} = 0,610 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^\circ} = 0,697 \cdot 10^{-3}$. A l'aide de ces valeurs et de $\alpha_A = 0,003661$ nous arrivons au Tableau XXI.

TABLEAU XXI. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036626 du thermomètre normal à hydrogène, pour $\alpha_A - \alpha_{nH} = -1,56 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de Michels, Nijhoff et Gerwer.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{nH}}{\alpha_A}$.	$-\beta(\alpha - \alpha_0) \frac{100}{76}$.	$\theta_{AZ} - \theta_{nH} z$.
100.....	0,0427	-0,0427	0,000
74,76.....	0,0319	-0,0307	0,001
53,59.....	0,0229	-0,0176	0,005
24,56.....	0,0105	-0,0082	0,002
20.....	0,0085	0,0039	0,012 (1)
0.....	0,0000	0,0000	0,000

Il est évident que, toutes ces réductions étant positives, contrairement à celles des Tableaux XVII et XIX, les isothermes à haute pression sont moins propres à fournir des valeurs précises de β .

c. Les réductions du thermomètre normal à azote.

27. Les valeurs de β pour l'azote au-dessus de 0°. — Le thermomètre normal à azote se prêtant très bien aux déterminations de la température au-dessus de 0° (on l'emploie d'ordinaire pour la détermination du point d'ébullition du soufre), nous donnerons encore, dans cette région de températures, les réductions de ce thermomètre à son échelle Celsius-Avogadro. Nous avons réuni dans le Tableau XXII les valeurs de β , sur lesquelles sont basés nos calculs.

TABLEAU XXII.

	θ .	$10^6 \cdot \beta$.
Holborn et Otto, 1924 (2).....	400	1,047
".....	300	0,917
".....	200	0,679
Amagat (3).....	199,5	0,690
Holborn et Otto, 1924 (2).....	150	0,568
Otto, Michels et Wouters (4).....	150	0,507
Michels, Wouters et de Boer (5).....	150	0,548
Otto, Michels et Wouters (4).....	125	0,4035
Michels, Wouters et de Boer (5).....	125	0,422
Otto, Michels et Wouters (4).....	100	0,2780
Michels, Wouters et de Boer (5).....	100	0,2927
Smith et Taylor (6).....	100	0,174

(1) Cette valeur a été obtenue par Michels et Gerwer, au moyen d'un nouveau calcul des mesures de Kohnstamm et Walstra; voir le Tableau XV, note 13.

(2) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen einiger Gase bis 400° und ihre Bedeutung für das Gasthermometer* (Zeitschrift für Physik, t. XXIII, 1924, p. 77).

(3) E. H. AMAGAT, *loc. cit.*

(4) J. OTTO, A. MICHELS et H. WOUTERS, *loc. cit.*

(5) A. MICHELS, H. WOUTERS et J. DE BOER, *loc. cit.*

(6) LEIGHTON B. SMITH et ROBERT S. TAYLOR, *The equation of state for pure nitrogen*,

	θ.	10 ³ .θ.
Otto (6).....	100	0,2911
Holborn et Otto, 1922 (7).....	100	0,266
Amagat (2).....	99,45	0,325
Otto, Michels et Wouters (2).....	75	0,145
Michels, Wouters et de Boer (4).....	75	0,143
Otto, Michels et Wouters (2).....	50	-0,022
Michels, Wouters et de Boer (4).....	50	0,013
Holborn et Otto, 1922 (7).....	50	-0,025
Holborn et Otto, 1924 (1).....	50	-0,017
Otto, Michels et Wouters (2).....	25	-0,2175
Michels, Wouters et de Boer (4).....	25	-0,210
Kamerlingh Onnes et van Urk (8).....	20	-0,244
Verschoyle (9).....	20	-0,300
Amagat (2).....	16,0	-0,234
Rayleigh (10).....	14,9	-0,30
Holborn et Otto, 1924 (1).....	0	-0,455
Holborn et Otto, 1922 (7).....	0	-0,434
Chappuis (11).....	0	-0,434
Kamerlingh Onnes et van Urk (8).....	0	-0,410
Smith et Taylor (5).....	0	-0,517
Verschoyle (9).....	0	-0,496
Otto (6).....	0	-0,4717
Amagat (2).....	0	-0,372
Bartlett (12).....	0	-0,541
Maverick (12).....	0	-0,40
Batuecas, Schlatter et Maverick (14).....	0	-0,45
Moles et Clavera (15).....	0	-0,46
Baxter et Starkweather (16).....	0	-0,401
Otto, Michels et Wouters (2).....	0	-0,4525
Michels, Wouters et de Boer (4).....	0	-0,4584

gasphase (*Journal of the American Chemical Society*, t. XLV, 1923, p. 2120); *Correction to the equation of state for nitrogen* (*Journal of the American Chemical Society*, t. XLVIII, 1926, p. 3122). Pour la discussion des résultats de ces mesures, voir p. 22, note (8) de ce Mémoire.

(6) J. OTTO, *loc. cit.*

(7) L. HOLBORN et J. OTTO, *Ueber die Isothermen von Stickstoff, Sauerstoff und Helium* (*Zeitschrift für Physik*, t. X, 1922, p. 367).

(8) H. KAMERLINGH ONNES et A. TH. VAN URK, *loc. cit.*

(9) T. T. H. VERSCHOYLE, *loc. cit.*

(10) LORD RAYLEIGH, *loc. cit.*

(11) P. CHAPPUIS, *Nouvelles études sur les thermomètres à gaz* (*Trav. et Mém.*, t. XIII, 1907). Voir pour la suppression de $\alpha_{100^{\circ}}$, ainsi que, pour les mêmes raisons, de $\alpha_{10^{\circ}}$ et $\alpha_{20^{\circ}}$, p. 22, note (2) de ce Mémoire.

(12) EDWARD P. BARTLETT, *loc. cit.*

(13) G. MAVERICK, *Sur la compressibilité à 0° et au-dessous de 1 atmosphère et l'écart à la loi d'Avogadro de plusieurs gaz. V* (*Journal de Chimie physique*, t. XXVII, 1930, p. 36).

(14) T. BATUECAS, C. SCHLATTER et G. MAVERICK, *Sur la compressibilité à 0° et au-dessous de 1 atmosphère et l'écart à la loi d'Avogadro de plusieurs gaz. IV* (*Journal de Chimie physique*, t. XXVI, 1929, p. 548).

(15) E. MOLES et J. M. CLAVERA, *Das Litergewicht und das Atomgewicht des Stickstoffs* (*Zeitschrift für anorganische und allgemeine Chemie*, t. CLXVII, 1927, p. 49).

(16) GREGORY PAUL BAXTER et HOWARD WARNER STARKWEATHER, *loc. cit.*

Le thermomètre normal à azote n'étant pas en usage pour les mesures aux basses températures, nous nous abstenons de calculer un tableau de réductions au-dessous de 0°. Quant aux températures au-dessus de 0°, un pareil tableau ne peut être établi qu'à l'aide des valeurs de β de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt, d'Amagat, de Otto, Michels et Wouters et de Michels, Wouters et de Boer.

28. Les réductions du thermomètre normal à azote à Charlottenburg. — D'après le paragraphe 17, une réduction des indications de ce thermomètre à son échelle Celsius-Avogadro fondée sur $\alpha_A = 0,0036608$, au moyen des valeurs de β , données par Otto, savoir

$$\beta_0 = -0,4717 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad \beta_{100} = 0,2911 \cdot 10^{-3},$$

exige $\alpha_A - \alpha_{N^2} = -13,71 \cdot 10^{-6}$.

Avec cette différence, nous avons calculé le Tableau XXIII.

TABLEAU XXIII. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036745 du thermomètre normal à azote, pour $\alpha_A - \alpha_{N^2} = -13,71 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt (1).

θ .	$-\frac{\alpha_A - \alpha_{N^2}}{\alpha_A}$	$-\frac{\beta(\theta - \beta_0) \cdot 100}{76}$	$\theta_{A2} - \theta_{N^2}$.	θ mesuré par
400.....	1,4980	-1,3451	0,155	H. O. 1924
300.....	1,1235	-1,0473	0,078	H. O. 1924
200.....	0,7490	-0,7164	0,034	H. O. 1924
150.....	0,5618	-0,5455	0,017	H. O. 1924
100.....	0,3745	-0,3621	0,013	H. O. 1922
100.....	0,3745	-0,3745	0,000	O.
50.....	0,1873	-0,1899	-0,002	H. O. 1922
50.....	0,1873	-0,1933	-0,006	H. O. 1924
0.....	0,0000	-0,0102	-0,010	H. O. 1922
0.....	0,0000	-0,0060	-0,006	H. O. 1924
0.....	0,0000	0,0000	0,000	O.

En arrondissant les nombres d'après ce tableau, nous donnons dans le Tableau XXIV les réductions pour le thermomètre normal à azote au-dessus de 0°. Ces réductions sont celles qu'il faut appliquer à l'échelle du thermomètre normal à azote fondée sur $\alpha_{N^2} = 0,0036745$, pour passer à l'échelle Celsius-Avogadro fondée sur $\alpha_A = 0,0036608$.

(1) L'influence des C se fait sentir par un terme additionnel; voir la note (1) de la p. 50 de ce Mémoire, et, pour le calcul de ce terme, le paragraphe 31, sous 3°.



TABLEAU XXIV. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036745 du thermomètre normal à azote, pour $\alpha_A - \alpha_{N^2} = -13,71 \cdot 10^{-6}$, au-dessus de 0°, d'après les mesures faites à la Physikalisch-Technische Reichsanstalt ($\theta_{Az} - \theta_{N^2z}$) (1).

θ .	Réd.	θ .	Réd.	θ .	Réd.
400°.....	0,155	250°.....	0,055	100°.....	0,000
350°.....	0,106	200°.....	0,035	50°.....	-0,006
300°.....	0,078	150°.....	0,015	0°.....	0,000

29. Les valeurs $\beta_{0^\circ} = -0,372 \cdot 10^{-3}$ et $\beta_{100^\circ} = 0,325 \cdot 10^{-3}$, trouvées par Amagat, conduiraient selon la formule (1) à une différence $\alpha_A - \alpha_{N^2} = -12,5 \cdot 10^{-6}$, en assez bon accord avec la différence fondée sur les valeurs de β de Charlottenburg. Cependant les réductions, calculées à 199°,5 et 16°,0 semblent indiquer de nouveau que la mesure d'isothermes à hautes pressions est moins propre à fournir des valeurs de β .

Les valeurs de β , trouvées par Otto, Michels et Wouters, et par Michels, Wouters et de Boer, permettent de calculer deux séries de réductions.

Partant des valeurs de

$$\beta_{0^\circ} = -0,4525 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad \beta_{100^\circ} = 0,2780 \cdot 10^{-3},$$

de Otto, Michels et Wouters, on trouve

$$\alpha_A - \alpha_{N^2} = -13,13 \cdot 10^{-6}.$$

Avec cette valeur et $\alpha_A = 0,0036611$ nous avons calculé le Tableau XXV, dont la réduction à 150° est douteuse.

TABLEAU XXV. — Réductions de l'échelle Celsius 0,0036742 du thermomètre normal à azote, pour $\alpha_A - \alpha_{N^2} = -13,13 \cdot 10^{-6}$, au moyen des valeurs de β de Otto, Michels et Wouters.

θ .	$-\theta \frac{\alpha_A - \alpha_{N^2}}{\alpha_A}$.	$-\beta(\theta - \theta_{0^\circ}) \frac{100}{\theta_0}$.	$\theta_{Az} - \theta_{N^2z}$.
0			
150°.....	0,5380	-0,5343	0,004
125°.....	0,4483	-0,4484	0,000
100°.....	0,3586	-0,3586	0,000
75°.....	0,2690	-0,2737	-0,005
50°.....	0,1793	-0,1829	-0,004
25°.....	0,0897	-0,0922	-0,003
0°.....	0,0000	0,0000	0,000

La deuxième série, de Michels, Wouters et de Boer, qui est fondée sur

$$\beta_{0^\circ} = -0,4584 \cdot 10^{-3} \quad \text{et} \quad \beta_{100^\circ} = 0,2927 \cdot 10^{-3},$$

d'où

$$\alpha_A - \alpha_{N^2} = -13,50 \cdot 10^{-6}$$

ne nous fournit pas des données assez importantes pour être mentionnées à côté du Tableau XXV.

(1) Les valeurs du Tableau XXIV s'écartent de quelques millièmes de degré de celles données par J. OTTO, *loc. cit.*, p. 205, Tableau LXIII; à 200° l'écart atteint 0,009 degré.

APPENDICE I.

30. Définitions (1).

1° L'échelle thermodynamique absolue ou échelle Kelvin est déduite de la quantité de chaleur Q qui doit être fournie à un système par un procédé isothermique réversible, passant entre deux adiabates réversibles déterminées, en posant

$$\mathfrak{T} = 100 \frac{Q}{Q_{100^\circ} - Q_{0^\circ}}.$$

Q représente la quantité de chaleur susdite, fournie au système à la température \mathfrak{T} ; Q_{100° et Q_{0° sont les quantités de chaleur correspondantes, qui doivent être fournies respectivement à la température de l'eau bouillante et à celle de la glace fondante dans les conditions normales; ce processus est supposé se passer toujours entre les mêmes courbes adiabatiques.

2° Nous admettons qu'il existe un ou plusieurs gaz, pour lesquels, dans un domaine continu de densités suffisamment faibles et pour les températures appropriées, jusqu'à une approximation suffisante pour toutes les déterminations thermométriques, on peut supposer satisfaite la condition

$$pv = \alpha,$$

α étant fonction de la température seule.

L'état du gaz dans lequel cette condition est remplie est dénommé (2) l'état Avogadro du gaz.

Sous le nom d'échelle Avogadro théorique, nous entendons l'échelle de température \mathfrak{T}_A déterminée par

$$\mathfrak{T}_A = 100 \frac{\alpha}{\alpha_{100^\circ} - \alpha_{0^\circ}}.$$

Aussi longtemps que les expériences n'auront pas laissé soupçonner que l'échelle Kelvin diffère de l'échelle Avogadro théorique, ni que des gaz différents conduisent à l'établissement d'échelles Avogadro théoriques différentes

(1) Voir W. H. KEESOM et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, paragraphe 2.

(2) Voir H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KEESOM, *loc. cit.*, paragraphe 39.

entre elles, on admettra l'identité avec l'échelle Kelvin ⁽¹⁾; par conséquent

$$\mathfrak{v}_A = \mathfrak{v}^{(2)}.$$

3° Si, dans les mesures de température faites avec un thermomètre à gaz déterminé, les calculs sont exécutés en faisant usage, pour la réduction des indications de ce thermomètre à l'échelle Avogadro, de l'équation d'état

$$pv = \alpha \left(1 + \frac{\beta}{v} + \frac{c}{v^2} + \dots \right),$$

dans laquelle β , c , etc., sont uniquement des fonctions de la température, et si l'on emprunte aux déterminations d'isothermes de ce gaz des valeurs de β et éventuellement de c ⁽³⁾, on obtient l'échelle Avogadro d'un gaz déterminé.

4° Afin de réduire autant que possible les mesures indispensables à la détermination d'une température, et d'augmenter en même temps l'exactitude de cette détermination, on peut faire usage de la valeur α_A , méticuleusement établie une fois pour toutes pour un gaz donné; cette grandeur est définie par

$$\alpha_A = \frac{1}{\mathfrak{v}_0} = \frac{\alpha_{100} - \alpha_0}{100 \alpha_0}.$$

\mathfrak{v}_{Az} est déterminée par

$$\mathfrak{v}_{Az} = \frac{1}{\alpha_A} \frac{c}{\alpha_0} = \frac{c}{\alpha_0} \mathfrak{v}_0.$$

L'échelle de température, établie par la dernière formule, en faisant usage de valeurs déterminées pour β (et c), ainsi qu'il est indiqué dans 3°, et d'une valeur adoptée pour α_A , devrait être dénommée l'échelle Avogadro fondée sur α_A (par exemple sur 0,0036611) du gaz en question; ou, en abrégé, échelle Avogadro (0,00) 36611 de ce gaz.

⁽¹⁾ Ici les gaz qui, dans les conditions prévues, présentent un degré de dissociation dépendant de la température, sont considérés comme impropres à la thermométrie et sont par conséquent rejetés.

⁽²⁾ On peut démontrer que l'échelle Avogadro ainsi définie est identique à l'échelle Kelvin si, dans l'état Avogadro, en s'approchant de la pression nulle, le coefficient de l'effet Joule-Kelvin, $\left(\frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial p}\right)_W$ (W représentant l'enthalpie), et la chaleur spécifique, c_p , ne deviennent pas infiniment grands. Si jamais une connaissance plus approfondie amenait à une équation d'état différente de celle mentionnée sous 3°, mais qui pourrait également, pour des densités suffisamment faibles, être réduite à la forme $pv = \alpha + f(p, \mathfrak{v})$, f s'approchant de 0 pour $p \rightarrow 0$, les conditions dans lesquelles on peut conclure à l'identité de l'échelle dérivée de ces valeurs de α et de l'échelle Kelvin seront les mêmes, pourvu que $\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_\mathfrak{v}$ s'approche de 0 pour $p \rightarrow 0$.

⁽³⁾ Ci-dessus le terme dépendant du coefficient c est, dans nombre de cas, si petit qu'il n'entre pas en ligne de compte, ou qu'il joue tout au plus le rôle d'un très petit correctif.

5° Le thermomètre à hélium à volume constant et sous la pression initiale de $\frac{100}{76}$ d'atmosphère normale peut être appelé le *thermomètre normal à hélium*.

L'échelle des températures déduite des indications du thermomètre normal à hélium, en posant

$$\vartheta_{\text{nlte}} = 100 \frac{p}{p_{100} - p_0},$$

s'appellera l'*échelle du thermomètre normal à hélium*.

Le coefficient de pression moyen, déterminé entre les *points fondamentaux* 0° et 100°, s'appellera le *coefficient de pression fondamental*.

Si l'on admet un coefficient de pression fondamental pour le thermomètre normal à hélium, déterminé par

$$\alpha_{\text{nlte}} = \frac{p_{100} - p_0}{100 p_0},$$

et s'appelant le *coefficient de pression fondamental du thermomètre normal à hélium*, et si, en faisant usage de ces relations, on calcule la température d'après

$$\vartheta_{\text{nltez}} = \frac{1}{\alpha_{\text{nlte}}} \frac{p}{p_0},$$

on obtient l'*échelle du thermomètre normal à hélium fondée sur α_{nlte}* , ou, en abrégé, par exemple l'*échelle (0,00) 36607 du thermomètre normal à hélium*.

On peut adopter des définitions semblables pour les divers thermomètres à gaz.

6° En vue de la réduction de l'échelle du thermomètre normal à hélium fondée sur une valeur α_{nlte} , à l'échelle Avogadro de ce gaz fondée sur une valeur α_A , il est nécessaire d'établir, au moyen des valeurs de α , et éventuellement de \mathcal{C} , un tableau de $\vartheta_{\alpha x} - \vartheta_{\text{nlte}\alpha x}$, à l'aide duquel les indications du thermomètre normal à hélium fondées sur α_{nlte} , pourront être réduites à l'échelle Avogadro de l'hélium, fondée sur α_A . On peut dresser les mêmes tableaux pour les autres gaz.

On peut adopter comme *échelle Kelvin* l'échelle Avogadro de l'hélium fondée sur une valeur de α_A . Alors le tableau des réductions $\vartheta_{\alpha x} - \vartheta_{\text{nlte}\alpha x}$, au moyen desquelles les indications du thermomètre normal à hélium fondées sur α_{nlte} peuvent être réduites à l'échelle Avogadro de l'hélium d'après la méthode susdite, s'appelle le *tableau normal des réductions à l'échelle Kelvin*.

7° Les températures de l'échelle Kelvin, comptées à partir de 0°, forment l'*échelle Celsius*; dans cette échelle les températures sont indiquées par θ .

Sous le nom d'*échelle Celsius-Avogadro théorique*, nous entendons l'échelle de

température Θ_A déterminée par

$$\Theta_A = 100 \frac{\alpha - \alpha_{0^\circ}}{\alpha_{100^\circ} - \alpha_{0^\circ}};$$

dans cette formule les grandeurs α sont celles de l'équation d'état donnée dans 3°.

L'échelle Celsius-Avogadro d'un gaz fondée sur α_A est définie par

$$\Theta_{Az} = \frac{1}{\alpha_A} \frac{\alpha - \alpha_{0^\circ}}{\alpha_{0^\circ}} = \varpi_{Az} - \frac{1}{\alpha_A}.$$

L'échelle Celsius du thermomètre normal à hélium résulte des indications de ce thermomètre, en posant

$$\Theta_{nHe} = 100 \frac{p - p_{0^\circ}}{p_{100^\circ} - p_{0^\circ}}.$$

En faisant usage du coefficient de pression fondamental du thermomètre normal à hélium et en posant

$$\Theta_{nHez} = \frac{1}{\alpha_{nHe}} \frac{p - p_{0^\circ}}{p_{0^\circ}} = \varpi_{nHez} - \frac{1}{\alpha_{nHe}},$$

on obtient l'échelle Celsius du thermomètre normal à hélium fondée sur α_{nHe} , ou par exemple l'échelle (0,00) 36607 Celsius du thermomètre normal à hélium.

On peut adopter comme échelle Celsius l'échelle Celsius-Avogadro de l'hélium fondée sur une valeur de α_A . Alors le tableau des réductions $\Theta_{Az} - \Theta_{nHez}$, à l'aide desquelles les indications du thermomètre normal à hélium fondées sur α_{nHe} peuvent être réduites à l'échelle Celsius-Avogadro de l'hélium fondée sur α_A , forme le tableau normal des réductions à l'échelle Celsius.

8° L'échelle du thermomètre normal à hélium, à Leiden, sera fondée sur

$$\alpha_{nHe} = 0,0036607;$$

l'échelle Kelvin (l'échelle Avogadro de l'hélium) et l'échelle Celsius (l'échelle Celsius-Avogadro de l'hélium) seront fondées sur

$$\alpha_A = 0,0036611.$$

Le Tableau XI formera le tableau normal des réductions à l'échelle Celsius.

31. Formules.

1° Déductions et conséquences de la formule (1) :

Si nous posons, dans la figure 1 : $OO' = p_0$, $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta_0 = 100^\circ$, nous obtenons

$$\frac{BO}{AO} = 1 + 100 \alpha_A \quad \text{et} \quad \frac{B'O}{A'O} = 1 + 100 \alpha_{0^\circ};$$

alors

$$\frac{B^{\circ}O}{A^{\circ}O} = \frac{B^{\circ}C}{A^{\circ}O'}$$

ou

$$1 + 100 \alpha_v^{0-100^{\circ}} = \frac{(p_v)^{100^{\circ}}}{(p_v)^{\theta}}$$

dans laquelle v est constant.

Nous développons p_v en une série ordonnée suivant les puissances de v^{-1} :

$$p_v = c\lambda \left\{ 1 + \frac{\beta}{v} + \frac{c}{v^2} \right\},$$

où

$$c\lambda = \alpha_v (1 + \alpha_A \theta).$$

Nous en déduisons :

$$\begin{aligned} 1 + 100 \alpha_v^{0-100^{\circ}} &= \frac{\alpha_{100^{\circ}} \left\{ 1 + \frac{\beta_{100^{\circ}}}{v} + \frac{c_{100^{\circ}}}{v^2} \right\}}{\alpha_{\theta} \left\{ 1 + \frac{\beta_{\theta}}{v} + \frac{c_{\theta}}{v^2} \right\}}, \\ &= (1 + 100 \alpha_A) \frac{1 + \frac{\beta_{100^{\circ}}}{v} + \frac{c_{100^{\circ}}}{v^2}}{1 + \frac{\beta_{\theta}}{v} + \frac{c_{\theta}}{v^2}}, \\ &= 1 + 100 \alpha_A + (1 + 100 \alpha_A) \frac{\frac{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}}{v} + \frac{c_{100^{\circ}} - c_{\theta}}{v^2}}{1 + \frac{\beta_{\theta}}{v} + \frac{c_{\theta}}{v^2}}, \\ 100 (\alpha_A - \alpha_v)^{0-100^{\circ}} &= -(1 + 100 \alpha_A) \frac{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}}{v} \frac{1 + \frac{c_{100^{\circ}} - c_{\theta}}{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}} \frac{1}{v}}{1 + \frac{\beta_{\theta}}{v}}. \end{aligned}$$

Nous avons négligé ici, notamment dans le dernier dénominateur, un terme qui donnerait pour $\alpha_A - \alpha_v^{0-100^{\circ}}$, une contribution du troisième ordre de petitesse. C'est ce que nous ferons constamment dans la suite.

$$100 (\alpha_A - \alpha_v)^{0-100^{\circ}} = -(1 + 100 \alpha_A) \frac{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}}{v} \left\{ 1 + \left(\frac{c_{100^{\circ}} - c_{\theta}}{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}} - \beta_{\theta} \right) \frac{1}{v} \right\}.$$

De $p_v v = c\lambda_v \left\{ 1 + \frac{\beta_{\theta}}{v} \dots \right\}$, on tire :

En première approximation..... $\frac{1}{v} = \frac{p_{\theta}}{\alpha_{\theta}}$,

En deuxième approximation..... $\frac{1}{v} = \frac{p_{\theta}}{\alpha_{\theta}} \left\{ 1 - \frac{\beta_{\theta}}{\alpha_{\theta}} p_{\theta} \right\}$.

Introduisant ces valeurs dans l'équation ci-dessus, nous obtenons

$$\begin{aligned} 100 (\alpha_A - \alpha_v)^{0-100^{\circ}} &= -(1 + 100 \alpha_A) \frac{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}}{\alpha_{\theta}} p_{\theta} \left\{ 1 - \frac{\beta_{\theta}}{\alpha_{\theta}} p_{\theta} \right\} \left\{ 1 + \left(\frac{c_{100^{\circ}} - c_{\theta}}{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}} - \beta_{\theta} \right) \frac{p_{\theta}}{\alpha_{\theta}} \right\}, \\ &= -(1 + 100 \alpha_A) \frac{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}}{\alpha_{\theta}} p_{\theta} \left\{ 1 + \left(\frac{c_{100^{\circ}} - c_{\theta}}{\beta_{100^{\circ}} - \beta_{\theta}} - 2 \beta_{\theta} \right) \frac{p_{\theta}}{\alpha_{\theta}} \right\}. \end{aligned}$$

Les valeurs de α , β et \mathcal{C} dépendent de l'unité de volume. Nous choisissons cette unité de telle sorte que, pour o° et $p = 1$, $v = 1$. Alors

$$1 = \alpha_{v^\circ} (1 + \beta_{v^\circ}),$$

ou

$$\frac{1}{\alpha_{v^\circ}} = 1 + \beta_{v^\circ}.$$

Introduisant cette valeur dans l'équation, on obtient

$$\alpha_\lambda - \alpha_p^{0-100^\circ} = -(1 + 100\alpha_\lambda) \frac{\beta_{100^\circ} - \beta_{v^\circ}}{100} p_{v^\circ} \left\{ 1 + \beta_{v^\circ} + \left(\frac{\mathcal{C}_{100^\circ} - \mathcal{C}_{v^\circ}}{\beta_{100^\circ} - \beta_{v^\circ}} - 2\beta_{v^\circ} \right) p_{v^\circ} \right\}.$$

En première approximation,

$$\alpha - \alpha_p^{0-100^\circ} = -(1 + 100\alpha_\lambda) \frac{\beta_{100^\circ} - \beta_{v^\circ}}{100} p_{v^\circ}.$$

2° Établissement de la formule (2) :

Nous déduisons de la figure 1, en posant $A'O' = 1$, $OO' = p_{v^\circ} = p$, $\theta = o^\circ$ et $\theta_1 = 100^\circ$:

$$\frac{BO}{AO} = 1 + 100\alpha_\lambda, \quad \frac{B'O'}{A'O'} = 1 + 100 \alpha_p^{0-100^\circ}.$$

Nous ne considérons que les termes, qui dans $\alpha_\lambda - \alpha_p^{0-100^\circ}$ entrent comme termes du premier ordre de petitesse :

$$\frac{BO}{AO} = \frac{B'O' - p \left(\frac{d(pv)}{dp} \right)_{100^\circ}}{A'O' - p \left(\frac{d(pv)}{dp} \right)_{o^\circ}} = \frac{B'O' - p \left(\frac{d(pv)}{dp} \right)_{100^\circ}}{1 - \frac{p}{A'O'} \left(\frac{d(pv)}{dp} \right)_{o^\circ}}.$$

En employant le développement en série de pv suivant les puissances de p

$$pv = \alpha \left\{ 1 + \beta^{(p)} p \dots \right\},$$

on a

$$\begin{aligned} p v_{100^\circ} &= \alpha_{100^\circ} \left\{ 1 + \beta_{100^\circ}^{(p)} p \right\}, \\ p v_{v^\circ} &= \alpha_{v^\circ} \left\{ 1 + \beta_{v^\circ}^{(p)} p \right\}, \end{aligned}$$

donc, en divisant,

$$\begin{aligned} 1 + 100 \alpha_p^{0-100^\circ} &= (1 + 100\alpha_\lambda) \frac{1 + \beta_{100^\circ}^{(p)} p}{1 + \beta_{v^\circ}^{(p)} p}, \\ &= 1 + 100\alpha_\lambda + (1 + 100\alpha_\lambda) (\beta_{100^\circ}^{(p)} - \beta_{v^\circ}^{(p)}) p, \end{aligned}$$

ou

$$\alpha_\lambda - \alpha_p^{0-100^\circ} = -(1 + 100\alpha_\lambda) \frac{\beta_{100^\circ}^{(p)} - \beta_{v^\circ}^{(p)}}{100} p.$$

Nous pouvons passer des coefficients $\beta^{(p)}$ aux coefficients β de la série pro-

gressant suivant les puissances de ν^{-1} , par la relation $\alpha\beta^{(p)} = \frac{\alpha\beta}{\alpha_{\nu}(1 + \alpha_{\nu}\theta)}$.

Donc :

$$\begin{aligned} \alpha\beta_{100}^{(p)} - \alpha\beta_{\nu}^{(p)} &= \left\{ \frac{\alpha\beta_{100}}{1 + 100\alpha_{\Lambda}} - \alpha\beta_{\nu} \right\} \frac{1}{\alpha_{\nu}}, \\ &= \frac{\alpha\beta_{100} - \alpha\beta_{\nu}(1 + 100\alpha_{\Lambda})}{1 + 100\alpha_{\Lambda}} \frac{1}{\alpha_{\nu}} \end{aligned}$$

et

$$\alpha_{\Lambda} - \alpha_{\nu} = - \frac{\alpha\beta_{100} - \alpha\beta_{\nu}(1 + 100\alpha_{\Lambda})}{100} p.$$

3° Établissement de la formule (14) :

En admettant

$$\theta_{\Lambda, \alpha} = \frac{1}{\alpha_{\Lambda}} \frac{\alpha_{\nu} \theta_{\nu} - \alpha_{\nu}}{\alpha_{\nu}} \quad \text{et} \quad \theta_{\nu, \alpha} = \frac{1}{\alpha_{\nu}} \frac{(p\nu)\theta_{\nu} - (p\nu)}{(p\nu)},$$

on a

$$\begin{aligned} \theta_{\Lambda, \alpha} - \theta_{\nu, \alpha} &= \frac{1}{\alpha_{\Lambda}} \frac{\alpha_{\nu} \theta_{\nu} - \alpha_{\nu}}{\alpha_{\nu}} - \frac{1}{\alpha_{\nu}} \frac{(p\nu)\theta_{\nu} - (p\nu)}{(p\nu)}, \\ &= \frac{1}{\alpha_{\Lambda}} \frac{\alpha_{\nu} \theta_{\nu}}{\alpha_{\nu}} - \frac{1}{\alpha_{\Lambda}} - \frac{1}{\alpha_{\nu}} \frac{\alpha_{\nu} \theta_{\nu} \left(1 + \frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} + \frac{C_{\nu}}{\nu^2} \right)}{\alpha_{\nu} \left(1 + \frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} + \frac{C_{\nu}}{\nu^2} \right)} + \frac{1}{\alpha_{\nu}}, \\ &= \frac{1}{\alpha_{\nu}} - \frac{1}{\alpha_{\Lambda}} + \frac{1 + \alpha_{\Lambda}\theta}{\alpha_{\Lambda}} - \frac{1 + \alpha_{\Lambda}\theta}{\alpha_{\nu}} \times \\ &\quad \times \left(1 + \frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} - \frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} + \frac{C_{\nu}}{\nu^2} - \frac{C_{\nu}}{\nu^2} - \frac{\alpha\beta_{\nu}\alpha\beta_{\nu}}{\nu^2} + \frac{\alpha\beta_{\nu}^2}{\nu^2} \right), \\ &= -\theta_{\Lambda, \alpha} \left(\frac{1}{\alpha_{\nu}} - \frac{1}{\alpha_{\Lambda}} \right) - \frac{1 + \alpha_{\Lambda}\theta}{\alpha_{\nu}} \left(\frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} - \frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} + \frac{C_{\nu}}{\nu^2} - \frac{C_{\nu}}{\nu^2} - \frac{\alpha\beta_{\nu}\alpha\beta_{\nu}}{\nu^2} + \frac{\alpha\beta_{\nu}^2}{\nu^2} \right), \\ &= \frac{\alpha_{\Lambda}}{\alpha_{\nu}} \left\{ -\theta \frac{\alpha_{\Lambda} - \alpha_{\nu}}{\alpha_{\Lambda}} - \varpi \left(\frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} - \frac{\alpha\beta_{\nu}}{\nu} \right) - \varpi \left(\frac{C_{\nu}}{\nu^2} - \frac{C_{\nu}}{\nu^2} - \frac{\alpha\beta_{\nu}\alpha\beta_{\nu}}{\nu^2} + \frac{\alpha\beta_{\nu}^2}{\nu^2} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Si l'on pose $\frac{\alpha_{\Lambda}}{\alpha_{\nu}} = 1$, ce qui n'est qu'un changement insignifiant, on a, pour la pression $p_{\nu} = \frac{100}{76}$ atm.,

$$\theta_{\Lambda, \alpha} - \theta_{\nu, \alpha} = -\theta \frac{\alpha_{\Lambda} - \alpha_{\nu}}{\alpha_{\Lambda}} - \varpi (\alpha\beta_{\nu} - \alpha\beta_{\nu}) \frac{100}{76} - \varpi (C_{\nu} - C_{\nu} - \alpha\beta_{\nu}\alpha\beta_{\nu} + \alpha\beta_{\nu}^2) \left(\frac{100}{76} \right)^2.$$

Si l'on omet encore le troisième terme du membre de droite, dont l'influence, quoique assez mal connue, sera petite, on arrive à

$$\theta_{\Lambda, \alpha} - \theta_{\nu, \alpha} = -\theta \frac{\alpha_{\Lambda} - \alpha_{\nu}}{\alpha_{\Lambda}} - \varpi (\alpha\beta_{\nu} - \alpha\beta_{\nu}) \frac{100}{76}.$$

APPENDICE II.

32. *Sur les réductions de l'échelle Celsius du thermomètre normal à hydrogène.* — Les réductions de l'échelle Celsius du thermomètre normal à hydrogène, calculées autrefois indépendamment par Daniel Berthelot ⁽¹⁾, Rose-Innes ⁽²⁾ et Callendar ⁽³⁾, diffèrent notablement de celles que nous avons obtenues depuis lors. A 50°, par exemple, leurs calculs ont conduit à des réductions inférieures au millième de degré, tandis que nous avons obtenu 0,003 degré.

Afin d'examiner cette question de plus près, nous avons construit un graphique des valeurs de α pour l'hydrogène, au-dessus de -183° , en utilisant les données réunies par D. Berthelot, par Callendar et par Rose-Innes ⁽⁴⁾, ainsi que par Holborn et ses collaborateurs, de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt. Nous y avons porté également, pour une comparaison, les valeurs de α obtenues au Laboratoire Kamerlingh Onnes entre 0° et -183° (fig. 12). Nous avons choisi les coordonnées α et $\frac{1}{\alpha^2}$, parce que la relation suivante :

$$\theta_{Ax} - \theta_{Bx} = \frac{100}{76} b_2 \frac{(\alpha - \alpha_{100}) (\alpha_{100} - \alpha)}{\alpha_{100} \alpha \alpha_{100}},$$

obtenue en posant, dans l'équation (16),

$$3,731 = \frac{1 + 100 \alpha_A}{100 \alpha_A} = \frac{\alpha_{100}}{100} \quad (\theta = \alpha - \alpha_{100})$$

et en admettant

$$\alpha = b_0 + \frac{b_1}{\alpha} + \frac{b_2}{\alpha^2},$$

nous montre que la réduction à une température donnée dépend, en première approximation, de la valeur de b_2 , c'est-à-dire de la courbure de la ligne des α dans le graphique.

(1) DANIEL BERTHELOT, *loc. cit.*

(2) J. ROSE-INNES, *On the practical attainment of the thermodynamic scale of temperature (Philosophical Magazine, 6^e série, t. II, 1901, p. 130).*

(3) H. L. CALLENDAR, *On the thermodynamical correction of the gas-thermometer (Philosophical Magazine, 6^e série, t. V, 1903, p. 48).* On peut trouver les différents tableaux de corrections dans CH.-ÉD. GUILLAUME, *loc. cit.*, p. 48.

(4) *Comptes Rendus* J. ROSE-INNES, *loc. cit.*, p. 138.

La concordance des α mesurés à Charlottenburg, à Leiden et dans d'autres instituts, est telle, selon les figures 9 et 12, qu'on est fondé à admettre ici,

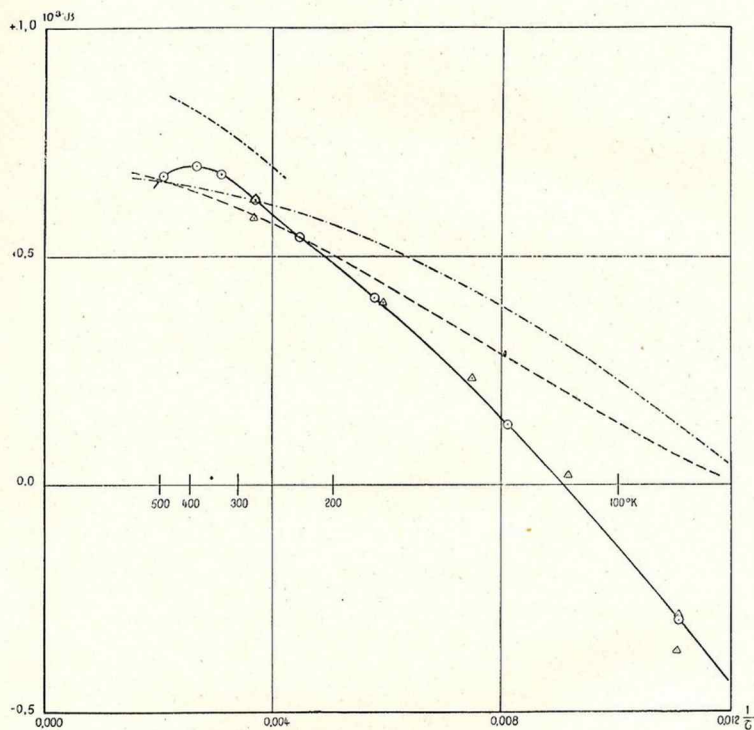


Fig. 12. — Graphique des valeurs de $10^3.\alpha$ de Phydrogene en fonction de $\frac{1}{\theta}$.

— · — · — D. Berthelot; - - - - - Rose-Innes; ————— Callendar;
 ○ Physikalisch-Technische Reichsanstalt, Charlottenburg; △ Laboratoire Kamerlingh Onnes, Leiden.

pour notre but, les valeurs trouvées à Charlottenburg au-dessus de 0° . Ces α satisfont d'ailleurs à l'équation fondamentale que nous avons adoptée, et qui a été employée aussi par D. Berthelot et Rose-Innes.

L'exposant de $\frac{1}{\theta}$, dans la formule de Callendar, est 1,5, mais il sera certainement possible de représenter, au-dessus de 0° , le petit segment de la courbe de Callendar par la formule que nous avons adoptée. Donc, la valeur de b_2 déterminera ici celle de la réduction cherchée, et la courbure des quatre lignes,

dans la figure 12, nous en donnera la valeur d'après les diverses méthodes. Il est évident que la différence entre les réductions, pour 50°, déterminées par D. Berthelot, Rose-Innes et Callendar, ou par nous-mêmes, s'explique par les différences de courbure des lignes respectives, et que la comparaison des différents éléments amène à conclure en faveur d'une plus grande que celles des trois premiers physiciens.

Au sujet des calculs exécutés par eux, nous ferons encore les remarques suivantes :

Examinons d'abord la méthode de D. Berthelot. Cath et Kamerlingh Onnes⁽¹⁾ ont montré déjà, en considérant les données fournies par l'oxygène, l'azote et l'argon, que l'inclinaison de la droite expérimentale, dans le graphique $\frac{d(pv)}{dp} \cdot \frac{1}{\bar{v}^2}$, diffère de celle qui a été indiquée par l'équation de Berthelot. Une objection, plus sérieuse encore, à l'application de sa méthode à l'hydrogène, provient du fait que ce gaz vérifie médiocrement la loi des états correspondants⁽²⁾.

Rose-Innes⁽³⁾ a fondé l'équation de ses \bar{v} en fonction de $\frac{1}{\bar{v}}$ sur les expériences exécutées dans l'année 1862 par Thomson et Joule à 4°,5 et 91°, et sur le \bar{v}_{50° , trouvé par Amagat. Comparant ces données expérimentales, déjà anciennes, avec les résultats récents concernant l'équation d'état de l'hydrogène, c'est-à-dire avec les valeurs de \bar{v} tirées des expériences de Holborn⁽⁴⁾, nous trouvons :

Effet Joule-Thomson par atmosphère.	Observé.	Calculé.
A 4°,5.....	-0,030	-0,024
A 91°,0.....	-0,046	-0,044
Valeur de \bar{v} à 50°.....	0,78 · 10 ⁻³	0,676 · 10 ⁻³
	(D'après Amagat.)	(D'après Holborn.)

Quoique la différence des valeurs observées et calculées de l'effet Joule-Thomson à 4°,5, s'élève déjà à 0,006 degré, c'est surtout la discordance des \bar{v} à 50° qui nous fait saisir l'incertitude des calculs de Rose-Innes.

Arrivons enfin aux résultats de Callendar, qui a employé à 0°, pour trouver les données nécessaires, la formule

$$\frac{d(pv)}{dp} = -c_n \left(\frac{\bar{v}_0}{\bar{v}} \right)^n + b,$$

dans laquelle il a pris $n = 1,5$. Cependant, comme on le voit dans la figure 12,

(1) P. G. CATH et H. KAMERLINGH ONNES, *loc. cit.*, p. 32.

(2) H. KAMERLINGH ONNES et W. H. KEESOM, *loc. cit.*, p. 126, note 399.

(3) J. ROSE-INNES, *loc. cit.*, p. 134.

(4) L. HOLBORN, *loc. cit.*

il n'a pas réussi à obtenir une représentation satisfaisante, du moins avec les valeurs de c_0 et b , calculées avec le $\frac{d(pv)}{dp}$ de Chappuis et l'effet Joule-Thomson à 0° (1). Nous avons refait ses calculs, en partant de la valeur de α_0 admise par Holborn (2), et de l'effet Joule-Thomson à 0° , calculé comme il est dit ci-dessus, pour l'exposant 1,5, puis pour l'exposant 2. Dans le second cas, les déviations sont plus petites que dans le premier, mais même alors l'allure de la courbe diffère considérablement de celle de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt; en raison de l'écart de ces deux courbes, une amélioration fondée sur l'emploi d'un autre exposant fractionnaire est invraisemblable.

(1) H. L. CALLENDAR, *loc. cit.*, p. 91.

(2) L. HOLBORN, *loc. cit.*